كلية الهندسة الميكانيكية و الكهربائية

قسم الميكانيك العام

# ميكانيك السّوائل التكنيكي

## الجزء الأول

الدكتور علي خلّوف

العام الدراسي

2023-2024

# مفاهيم أساسية

- **تعريف ميكانيك السّوائل :**

هو العلم الذي يدرس قوانين توازن و حركة و تحريك السّوائل و إيجاد طرق تطبيق هذه القوانين في حل مسائل التطبيقات الهندسية .

- **الهيدروليك :**

هو علم ميكانيك السّوائل التطبيقي .

ملاحظة :

1. كلمة (سائل) : تعني وسط مستمر و يشمل حالتي المادة المائعة و الغازية .
2. الوسط المستمر : أي أن السّائل يشغل كامل المجال و دون وجود مناطق لا يشغلها السائل .

- **أسس تصنيف السوائل :**

يتم تصنيف السّوائل وفق ثلاث منطلقات رئيسيّة :

1. وفق إمكانية تغير الحجم أو الكثافة .
2. وفق إمكانية إبداء مقاومة في تغيّر الشكل .
3. التصنيف وفق مواصفات عامة .

**1. التصنيف وفق إمكانية تغيّر الحجم أو الكثافة :**

a. السوائل ثابتة الحجم (ثابتة الكثافة ) $\rho = const$

و تسمّى بالسّوائل الغير قابلة للإنضغاط (ماء) أو الموئع (إن هذه السوائل تحافظ على حجمها (كثافتها) عند حدود تأثير ضغوط محددة .

وهنا ندرس :

i. الهيدروستاتيك : يدرس توازن الموائع ( توزع الضغط أفقيا أو شاقوليا في الموائع )
ii. الهيدروكينماتنيك : ندرس حركة الموائع و نتعرف على العلاقة الحاصلة ما بين الزمان و المكان

و بالتالي تحديد حقل السرعة و حقل التسارع

و هنا ندرس الحركة بغض النظر عن القوى و العزوم التي أدت الى نشوء هذه الحركة .

iii. الهيدروديناميك : ندرس الحركة مع اعتبار القوى التي أدت الى نشوء هذه الحركة .

b. السّوائل متغيرة الحجم (الكثافة) $\rho \neq const$

وتسمى بالسّوائل القابلة للانضغاط (الهواء) وهنا ندرس :

i. الأيروستاتيك : ندرس توازن الهواء .
ii. الأيرو كينماتيك : ندرس حركة الهواء بغض النظر عن القوى المسببة لهذه الحركة .
iii. الأيرو ديناميك : ندرس تحريك الهواء

(مفهوم الطبقة الحدية و كيفية تشكلها و أهمية و دراسة هذه الطبقة)

iv. و أيضا نظريات الجناح الحامل (الطائرة) .
v. الغاز ديناميك : يدرس ديناميك الغازات .

ملاحظة :

من الناحية التطبيقية أو العملية : لا يوجد حّد فاصل بين النوعين (بين السّوائل غير قابلة والقابلة للإنضغاط) إنما يحدد ذلك ما يسمى بشروط التشغيل او التطبيق .

مثال :

- الموائع :
  - عند تأثير ضغوط معينة يحصل تغير في الحجم، يمكن أن يكون هذا التغير بسيط و يمكن إهماله.
  - عند وضع وعاء $(1m^3)$ تحت مستوى سطح البحر $(100m)$، نجد التغير الحاصل في الحجم هو $0,5 \ \ liter$
  - أما في محركات السيارات التي تعمل عند سرعات عالية جدا

$$n = 3000 r.p.m$$

سوف يتعرض الزيت الموجود في الخلوصات الصغيرة الى ضغوط عالية جداً تؤدي الى تغير في كثافته و بالتالي يجب أخذ هذا التغير الحاصل بعين الاعتبار

إن التغير في الكثافة $\frac{\Delta\rho}{\rho}$ صغير.

- الهواء (القابل للإنضغاط) :
  - عند سرعات عادية 50 m/s (150 km/h).

عندها $\frac{\Delta\rho}{\rho} \cong 0,01$ ندرس الهواء و كأنه سائل غير قابل للإنضغاط

$$\rho = const$$

و عند سرعات عالية جدا قريبة او اكبر من سرعة الصوت لا يجوز إهمال هذا التغير مهما كان صغيراً بمعنى آخر (يجب مراعاة مفهوم الانضغاطية)

## 2. التصنيف حسب إبداء مقاومة ضد حركة الاجسام :

هنا نميز نوعين :

i. سّوائل مثالية : اي سّوائل غير لزجة , عديمة الاحتكاك و لا تبدي مقاومة ضد حركة الأجسام نفسها و تؤثر فيها قوى ناظمية فقط $F_p \neq 0$ .

ii. سّوائل حقيقية : أي سّوائل لزجة و تبدي مقاومة لحركة الأجسام داخلها و تؤثر بداخلها قوى مماسية $F_\tau \neq 0$ و قوى ناظمية $F_p \neq 0$

أي جسم يتحرك داخل السوائل الحقيقية سوف يتلقى مقاومة ضد حركته تبعاً للحالة .

ملاحظة :

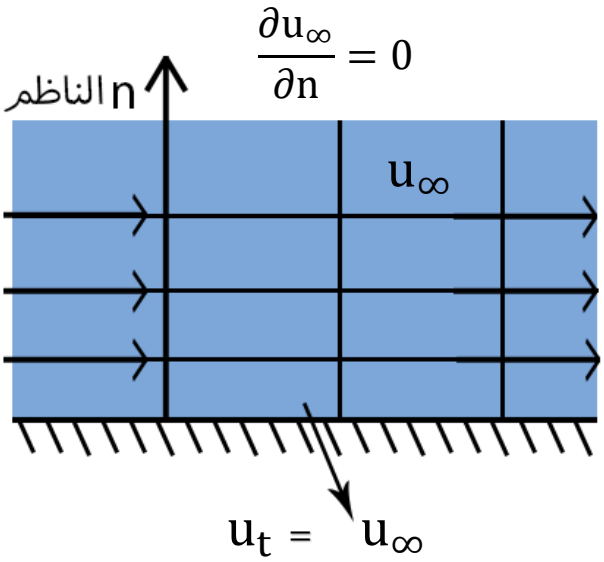
- تجدر الاشارة على أن اللزوجة هي الصفة المميزة بين سائل لزج و آخر غير لزج .
- الفارق الجوهري الاساسي مابين كلا النوعين المثالية و الحقيقية ينحصر فيما يسمى بشرط الالتصاق

حيث إن السّوائل المثالية لا تلتصق على جدار الجسم بينما السّوائل الحقيقية تلتصق بجدار الجسم و تأخذ سرعته .

## توضيح مفهوم شرط الالتصاق:

نأخذ سّائل ما يتحرك بشكل موازي لصفيحة مستوية غير متحركة حيث سرعة هذا السّائل هي $u_\infty$ ( السرعة غير المشوشة )

i. **السّائل المثالي :**




في $\frac{\partial u_\infty}{\partial n} = 0$ ← السائل المثالي لا يحدث اي تغير لقيمة السرعة باتجاه الناظم و نسمي ( $\frac{du}{dn} \leftrightarrow \frac{du}{dy}$ )

بـ تدرج السرعة ناظمياً

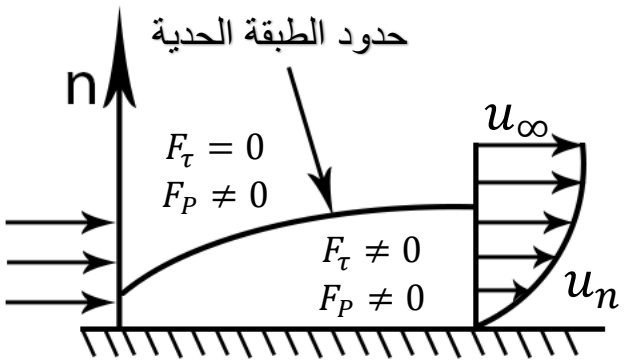
اذا قمنا بتحريك صفيحة ما في مثل هذا النوع من السّوائل فإنها لن تتلقى مقاومة ضد حركتها ←نستدل أن: قوى الاحتكاك (القوى المماسّية) $F_\tau = 0$ اللزوجة هي مقاومة الانسياب

ملاحظة :

إن السّوائل المثالية تنزلق على جدار الجسم بسرعة محددة (لا تحقق شرط الالتصاق)

**ii. السّوائل الحقيقية :**

بتكرار نفس التجربة مستخدمين السائل الحقيقي بدلاً من المثالي :




تبعا لمفهوم الطبقة الحدية سوف تتشكل حول جدار الجسم طبقة تسمى باالطبقة الحدية تكون بداخلها القوى المؤثرة هي قوى مماسية $F_\tau$ وناظمية $F_P$ وتكون خارج حدود هذه الطبقة القوى المؤثرة هي القوى الناظمية $F_P$ فقط

تبدأ السرعة بالتغير من قيمة الصفر (عند الجدار) و تزداد تدريجيا حتى تأخذ قيمة $u_\infty$ عند حدود الطبقة الحدية

$\frac{du}{dn} \neq 0 \leftarrow$ هنالك توزع غير منتظم للسرعة داخل الطبقة الحدية

ملاحظة: إن السّوائل الحقيقية تحقق **شرط الالتصاق** حيث إن السّوائل الحقيقية تلتصق بجدار الجسم و تأخذ سرعته سواء متحرك أم ثابت بينما السّوائل المثالية فلا تلتصق بجدار الجسم .

## 3. التصنيف وفق مواصفات عامة :

و هنا نميز بين :

I. سائل متجانس و آخر غير متجانس:

- السّائل المتجانس: تكون له نفس المواصفات الفيزيائية في كافة الاتجاهات .
- السّائل الغير متجانس: تختلف مواصفاته الفيزيائية تبعا للاتجاه .
- الغازات: سوائل غير متجانسة (لأن كثافتها تتغير تبعاً للارتفاع و درجة الحرارة)

II. سوائل وحيدة الطّور و متعددة الأطوار :

- وحيدة الطّور : سّوائل مكونة من بنية واحدة (ماء أو بخار الماء)
- متعددة الأطوار : تتكون من سّوائل متعددة البنية (ماء و بخار)

III. سّوائل إيزونتروبية:

- لها نفس الخواص بكافة الاتجاهات

IV. سوائل لا إيزونتروبية :

- تختلف خواصها تبعاً للاتجاهات

## الصّفات الفيزيائية الميكانيكية للسّوائل

1) اللزوجة
2) مفهوم الإجهاد
3) ضغط التبخر أوظاهرة التبخر
4) الكثافة - الحجم النّوعي - الوزن النّوعي
5) مفهوم القابلية الانضغاطية - مفهوم عامل المرونة الحجمي
6) التوتر السطحي - مفهوم الخاصية الشعرية

1. اللزوجة: لها تعريفان
   i. **تعريف اللزوجة فيزيائياً:** هي الصفة المميزة للسّوائل الحقيقية لأنها تبدي مقاومة ضد حركة الأجسام داخلها (أي تبدي مقاومة لتغير شكلها عند تأثير القوى الخارجية)
   ii. **تعريف اللزوجة رياضياً:** يعبر عن اللزوجة بعامل تناسب ما بين إجهاد القص $\tau$ وتدرج السّرعة باتجاه الناظم

$$\frac{du}{dy} \text{ ، } \frac{du}{dn}$$

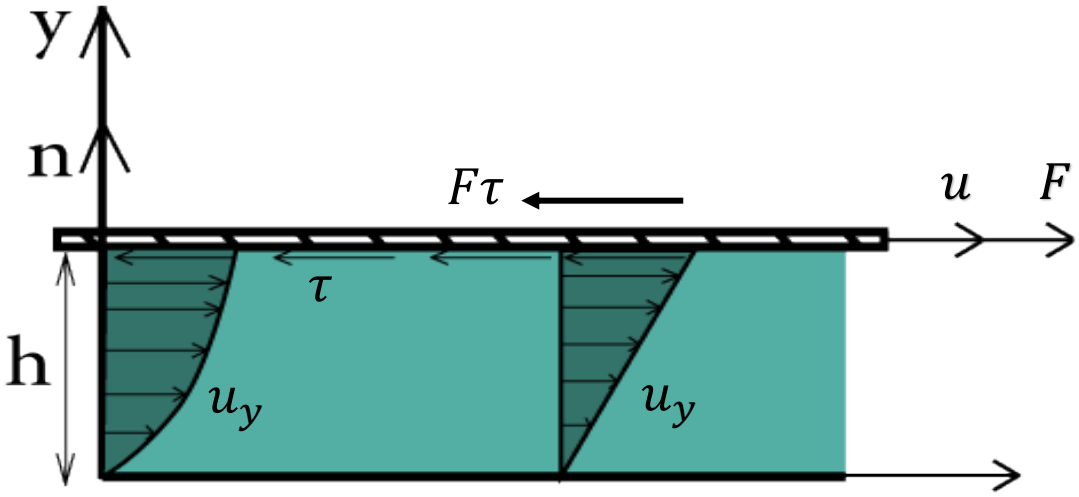
وهذا يسمى بقانون نيوتن للاحتكاك

يتم البرهان على هذا القانون تجريبياً من خلال تجربة جريان كويئت .

**تجربة كويئت :**

لنأخذ صفيحتين متوازتين

- السفلية ثابتة
- العلوية متحركة بسرعة منتظمة نتيجة لتأثير قوة محددة F
- البعد بين الصفيحتين H
- يملأ الفراغ بين الصفيحتين بسائل حقيقي (ماء) لزوجته $\mu$
- مساحة الوجه السفلي للصفيحة العلوية المتحركة $A$

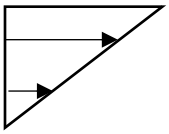



باعتبار أن السّائل حقيقي ← شرط الالتصاق محقق

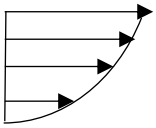
أي أن عند الجدار للصفيحة السفلية السّرعة معدومة وعند الجدار السفلي للصفيحة العلوية تكون قيمة السرعة U

← تتغير قيمة السرعة من 0 ← $U$ يتبع الارتفاع H

- ملاحظة:



$H$ صغيرة جدا ← تغير السّرعة سيكون خطياً



$H$ كبيرة نسبياً ← تغير السّرعة سيكون غير خطي

وفي كلا الحالتين

$n = 0 \quad \leftarrow \quad u = 0$ (شرط الالتصاق)

$n = y = H \quad \leftarrow \quad u = U$ (شرط الالتصاق)

وفي كل الحالات وبحكم لزوجة السّائل ستؤثرعلى الوجه السّفلي للصفيحة المتحركة (العلوية) قوة معاكسة لقوة الجر $F\tau$ نسميها (قوة المقاومة / قوة الاحتكاك)

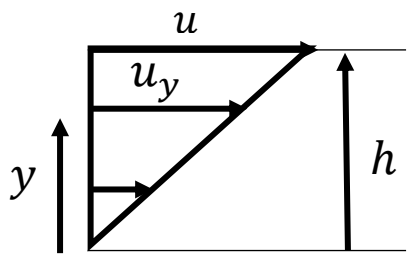
$F = F\tau$ ← لأن سرعة الصفيحة منتظمة ← وتعاكسها بالاتجاه

$$F + F\tau = 0$$

- <u>عندما h صغيرة جداً (تغير السّرعة خطي)</u>

$$\frac{\mathrm{u}}{\mathrm{u}_y} = \frac{h}{y}$$

$$u_y = U\frac{y}{h}$$




$(u_y)$ سرعة السائل في نقطة ما بين الصفيحتين على ارتفاع $y$ من مبدأ الاحداثيات

$(U)$ اعلى قيمة للسرعة على ارتفاع $h$ من المبدأ الاحداثي قانون نيوتن البسيط

$$\tau = \mu \frac{U}{h}$$

τ:اجهاد القص أوالاحتكاك

$$\tau = \frac{F_\tau}{A}$$

$$(\mathrm{A})\ \ \text{area:}\ \ [\mathrm{m}^2]$$

واحدات:

$$\tau: \left[\frac{N}{m^2}\right] = \left[\frac{kP}{m^2}\right]$$

$$(\mathrm{KP})\ \ \text{kilo pound} > \text{English units}$$

$$(\mathrm{N})\ \ \text{newton} = \mathrm{kg.m/s^2} > \text{SI unit}$$

$$(\mathrm{m})\ \ \text{meter}\ ,(\mathrm{kg})\ \ \text{kilogram}$$

μ اللزوجة التحريكية واحدته بالجملة الدولية

$$\mu: \left[\frac{N}{m^2} s\right] = [Pa.s]$$

$$(Pa)\ \ pascal\ \ =\ \ N/m^2$$

$$(s)\ \ second$$

سميت μ باللزوجة التحريكية لأنه يدخل في تعريفها واحدة القوة $(newton)$

بينما في جملة القياس الفيزيائية هنالك واحدة لتعريف اللزوجة التحريكية وهو $P\ \ (poise)$

$$1 \frac{N}{m^2} s = 10^3\ \ c\ \ P = 10\ \ P$$

$$(CP)\ \ centipoise$$

- <u>عندما $h$ كبيرة نسبياً</u> : نستخدم قانون نيوتن للاحتكاك (الحالة العامة) الشكل التفاضلي:

$$\tau = \mu \frac{du}{dn}$$

نقسم الطرفين على ρ كثافة السائل

$$\frac{\tau}{\rho} = \frac{\mu}{\rho}\frac{du}{dn}$$

$$\vartheta_\tau = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}$$

$\vartheta_\tau$ سرعة اجهاد القص

$$\left[\frac{m}{s}\right]: \ \vartheta_\tau \qquad , \qquad \left(\frac{kg}{m^3}\right): \rho$$

وتعني أنه يلزم زمن معين بعد بعد تأثير القوى المؤثرة على السّائل حتى تظهر اجهادات القص

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$\nu$ :اللزوجة الحركية

واحدة قياس اللزوجة الحركية في الجملة الدولية $SI$

$$\left(\frac{m^2}{s}\right): \nu$$

سميت $\nu$ باللزوجة الحركية لأنها تجمع بين خاصية المادة من حيث حركة السّائل ونوع السائل

وتقاس $\nu$ بواحدات القياس الفيزيائية ب stokes (St)

$$1\frac{m^2}{s} = 10^4 \;\; St = 10^6 \;\; c \;\; St$$

$$(c \;\; St) \;\; centistokes$$

نستخدم هذه الواحدات في المشتقات النفطية

ملاحظة: لا توجد مادتين في الطبيعة تمتلكان نفس قيم اللزوجة التحريكية والحركية عند نفس درجة الحرارة

استنتاجات:

i. علاقة اللزوجة التحريكية والحركية بالضغط ودرجة الحرارة:

- **الموائع: كثافتها ثابتة $\rho = const$**
  - علاقة الضغط:

اللزوجة التحريكية

تبرهن التجارب أنه لا علاقة للزوجة التحريكية بتغيرات الضغط التي تطرأ على الموائع أي عن

$$\mu \neq f(P)$$

اللزوجة الحركية

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

عند زيادة الضغط $\rho = const$ , $\mu \neq f(P)$

اللزوجة الحركية لا تتعلق بتغيرات الضغط

$$\nu \neq f(P)$$

  - تأثير درجة الحرارة:

اللزوجة التحريكية $\mu$ تنخفض بزيادة T .

اللزوجة الحركية $\nu$ تنخفض بزيادة T .

نتيجة: إن اللزوجة الحركية والتحريكية تتناقصان مع ازدياد درجة الحرارة في الموائع

- **الغازات: كثافتها غير ثابتة $\rho \neq const$**

ندرس تغيرات $\mu$ , $\nu$ تبعاً لتغيرات (T,P)

- <u>علاقة الضغط:</u>

اللزوجة التحريكية

تثبت التجارب أنه لا علاقة للزوجة التحريكية بتغيرات الضغط $\mu \neq f(P)$

اللزوجة الحركية

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

عند ازدياد الضغط $\rho \neq const$ تزداد $\rho$ , $\mu \neq f(P)$

نتيجة: عند ازدياد الضغط $P \uparrow$ تزداد الكثافة $\rho \uparrow$ وتنقص اللزوجة الحركية $\nu \downarrow$

- <u>تأثير درجة الحرارة:</u>

عند ازدياد T ↑ تزداد اللزوجة التحريكية $\mu \uparrow\uparrow$ بشدة

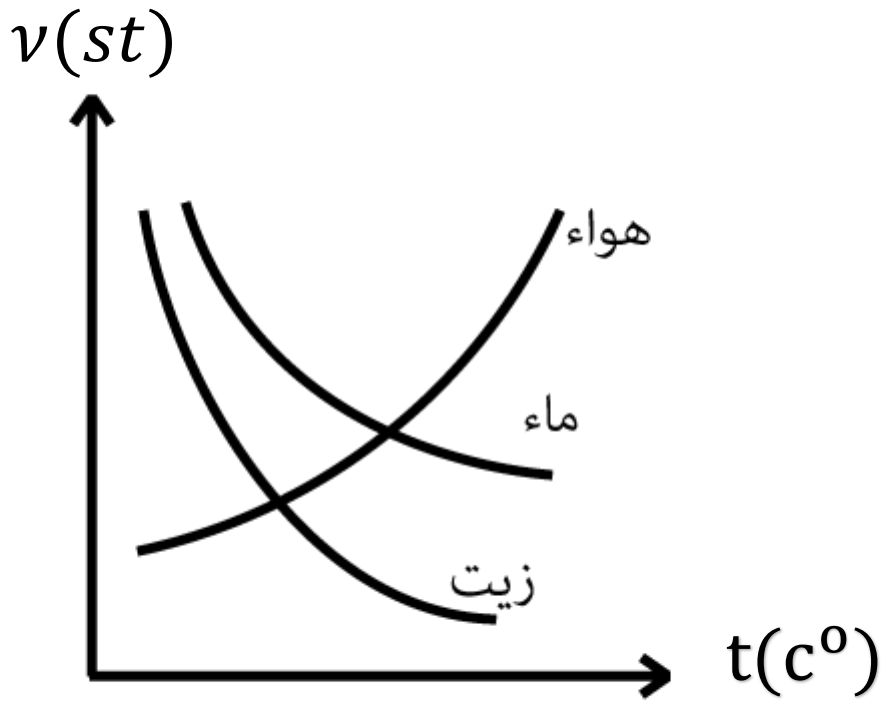
عند ازدياد T ↑ تزداد اللزوجة الحركية $\gamma \uparrow\uparrow$ بشدة

ملخص ما سبق:

| الموائع= ρ c | $P\uparrow$ | $T\uparrow$ |
|---|---|---|
| $\mu$ | $\neq$ | $\downarrow$ |
| $\nu$ | $\neq$ | $\downarrow$ |

| الغازات≠ ρ c | $P\uparrow$ | $T\uparrow$ |
|---|---|---|
| $\mu$ | $\neq$ | $\uparrow\uparrow$ |
| ρ | $\uparrow$ | $\downarrow$ |
| $\nu$ | $\downarrow$ | $\uparrow\uparrow$ |

**مخطط تغير اللزوجة الحركية تبعاً لتغير درجة الحرارة**



**علاقات تجريبية تحدد تغيرات اللزوجة μ تبعاً لتغيرات درجة الحرارة:**

- <u>للموائع:</u>

$$\mu = \mu_0(\frac{1}{1 + \alpha t + \beta t^2})$$

- <u>الغازات:</u>

$$\mu = \mu_0 + \alpha t - \beta t^2$$

حيث للعلاقتين التجريبيتين :

$\mu_0$ قيمة لزوجة الماء من أجل t=0 c° مقدرة بـ$[poise]$

$t$ درجة الحرارة $c^o$

$\beta$ , $\propto$ ثوابت المائع

$\mu$ قيمة لزوجة المائع عند درجة الحرارة $t$

**ii. التصنيف وفق خاصية اللزوجة:**

- <u>سّوائل مثالية</u>: $\mu = 0$ (عديمة اللزوجة) ولا تحقق شرط الالتصاق
- <u>سّوائل حقيقية</u>: $\mu > 0$ (سّوائل لزجة) وتنقسم الى نوعين:
  1) سّوائل منخفضة اللزوجة (ماء – هواء – كحول)
  2) سّوئل عالية اللزوجة (النفط الخام – التنغستين – العسل – الدم)

مثال: اللزوجة التحريكية μ الماء أكبر ب 50 مرة منها للهوء عند نفس درجة الحرارة

وحسب قانون نيوتن أي جسم يتحرك بالهواء ثم انتقل ليتحرك في الماء وبنفس السرعة ← سيتلقى مقاومة أكبر ب 50 مرة من المقاومة التي سيتلقاها أثناء حركته في الهواء

**iii. متى ينعدم اجهاد القص τ**

$$\tau = \mu \frac{du}{dn}$$

1) $\mu = 0$ في السّوائل المثالية ولا تظهر قوى المقاومة والاحتكاك
2) $\frac{du}{dn} = 0$ في السّوائل المثالية
3) في حالة السكون $u = 0$

يظهر الفرق بين الأجسام الصلبة والأجسام السائلة:

- الأجسام الصلبة لا تخفي قوى الاحتكاك
- الأجسام السائلة تخفي قوى الاحتكاك

مع الانتباه أنه في حالة السكون لا نميز بين سّائل مثالي وسائل حقيقي

**iv. التصنيف وفق قانون نيوتن :**

1) سّوائل نيوتونية: أي السّوائل التي تخضع لقانون نيوتن وتكون العلاقة بين اجهاد القص τ وسرعة التشوه $\gamma$ خطية وتمثل بمستقيم يمر من المبدأ

$$\gamma = \frac{du}{dn}$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dn} = \mu \ \gamma$$

مثال (الماء – الهواء – الغازات)

صورة

$$\tau = f(\gamma)$$

2) سّوائل غير نيوتونية (لانيوتونية): لا تخضع بشكل مباشر لقانون نيوتن وتكون العلاقة غير خطية أوخطية ولكن لا تمر من المبدأ أوالمركز

$$\tau \neq f(\gamma)$$

مثال (النفط الخام – مشتقات النفط – المود البلاستيكية – دهانات – الدم)

ملاحظة: عند دراسة السّائل اللانيوتوني نقول الخواص الريولوجية للسّائل ( وتعني الجمع ما بين المواصفات الفيزيائية والحركية والتي تمثل بيانياً من خلال منحنيات تبين العلاقة بين $\tau - \gamma$)

بمعنى اخر: إن قسم من هذه السّوائل لا تحافظ على درجة حرارة معينة ثابتة عند ضغط ودرجة حرارة معينة وانما تتعلق بعوامل أخرى أيضا

- وتقسم السّوائل اللانيوتونية الى ثلاث انواع اساسية:

$a$)سّوائل لانيوتونية تكون سرعة الازاحة $\gamma$ في كل نقطة كتابع فقط لاجهاد الازاحة $\tau$ (اللزوجة لا تتعلق بالزمن)

هذا النوع من السّوائل يسمى بالسّوائل ذات الخواص الريولوجية غير المتعلقة بالزمن

$b$)سّوائل لا نيوتونية حيث تكون العلاقة ما بين سرعة الازاحة وإجهاد الازاحة يتعلق بالزمن (اللزوجة متغيرة تبعاً للزمن)

هذا النوع من السّوائل يسمى بالسّوائل ذات الذاكرة (الجبصين)

$c$)سّوائل لا نيوتونية متمتعة بخواص تشبه خواص الجسم الصلب حيث

هذا النوع من السّوائل تظهر عودة مرنة للشكل الاساسي الأصلي لها بعد إزالة الاجهاد

- بالنسبة للسوائل النيوتونية:

$$\tau = \mu \frac{du}{dn}$$

- قانون أسفلد دي فيل (سّوائل لانيوتونية) :

$$\tau = \mu_{eff}\gamma^n \quad ,, \quad \tau = k\gamma^n$$

حيث :

$(\mu_{eff})$ اللزوجة الفعالة

$(n)$أساس الجريان

$(k)$ معامل الصلابة (معامل التماسك)

- عندما $n = 1$ السّائل نيوتوني
- عندما $n < 1$ السّائل لا نيوتوني (أي اللزوجة تنخفض تدريجيا مع ازدياد سرعة التشوه) $\gamma \uparrow \quad \leftrightarrow \quad \mu \downarrow$
- عندما $n > 1$ السّائل لا نيوتوني (أي اللزوجة تزداد تدريجيا مع ازدياد سرعة التشوه) $\gamma \uparrow \quad \leftrightarrow \quad \mu \uparrow$
- السّوائل البلاستيكية (سّوائل بنڤهام) يخضع الى العلاقة

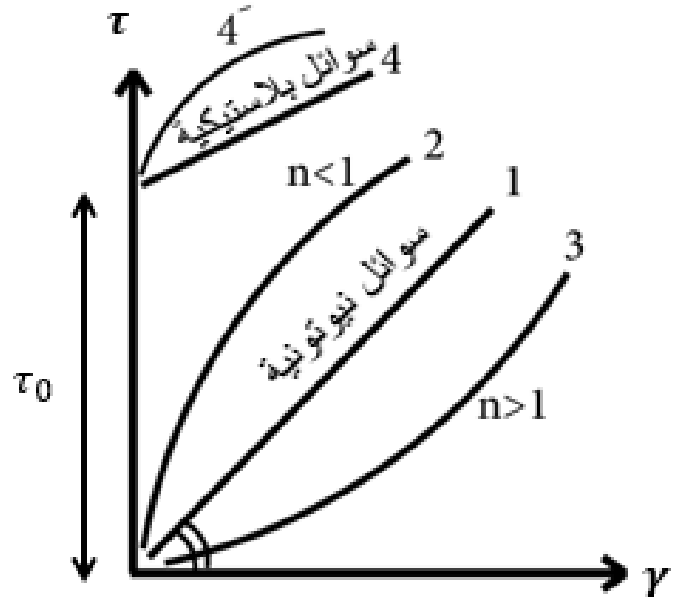
$$\tau = \tau_0 + \mu\gamma$$

حيث $(\tau_0)$ اجهاد حد السيولة

- وهنالك علاقة غير خطية لسّوائل بنڤهام (سوائل بلاستيكية) :

$$\tau = \tau_0 + \mu\gamma^n$$

ملاحظة: $\tau = 0$ اما تكون سائل مثالي أوحالة سكون




- **حساب قوى الاحتكاك $F_\tau = F_t$ وعزم ( الاحتكاك) الدوران $M_\tau = M_t$ الواجب تطبيقه أثناء حركة السائل في الحركة المنتظمة:**

الجريان المعتبر يجب أن يكون :
صفائحي – وحيد البعد – حركة انسحابية منتظمة أو دورانية منتظمة

حيث لا يمكن تطبيق قوانين نيوتن اذا كان الجريان مضطرب قوانين نسوتن تسمح بحساب قوة الجر وعزم الجر في الحركة المنتظمة فقط

رموز :

$F_t$ قوة جر , $M_t$ عزم الجر

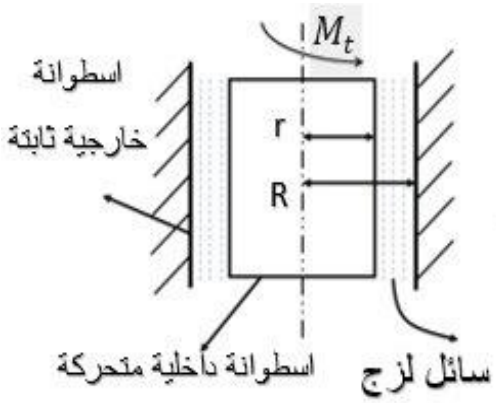
وهنا نميز حالتين وذالك تبعاً لتوزع اجهادات القص:

1. الاجهادات موزعة على السطح بانتظام $\tau = const$

أي كل عنصر سطحي dA يتعرض لنفس الاجهاد

$$F_\tau = F_t = \tau A$$

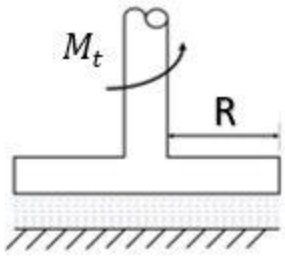
الحركة منتظمة والسّائل يأخذ سرعة الجسم




$$u = \omega \;\; r = const$$

$$M_\tau = M_t = F_t \;\; r = \tau \;\; A \;\; r$$

2. إجهاد القص غير موزع بانتظام على السطح $\tau \neq const$

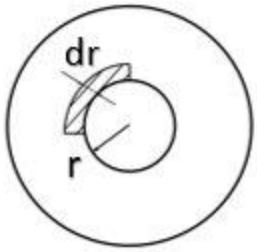



$$F_\tau = F_t = \int dF_\tau = \int_A \tau dA = \int_{r_0}^{r_1} 2\pi\tau r dr$$

$$dA = 2\pi r dr$$

$$M_\tau = M_t = \int dM_\tau$$

$$= \int_A r dF_\tau = \int_{r_0}^{r_1} 2\pi\tau r^2 dr$$




2. مفهوم الإجهاد

- الضغط في نقطة داخل سائل – حالة الاجهاد الهيدروستاتيكية:

$$\text{الاجهاد} = \frac{\text{القوة}}{\text{السطح}} = \frac{F}{A} \qquad \left(\frac{N}{m^2}\right)$$

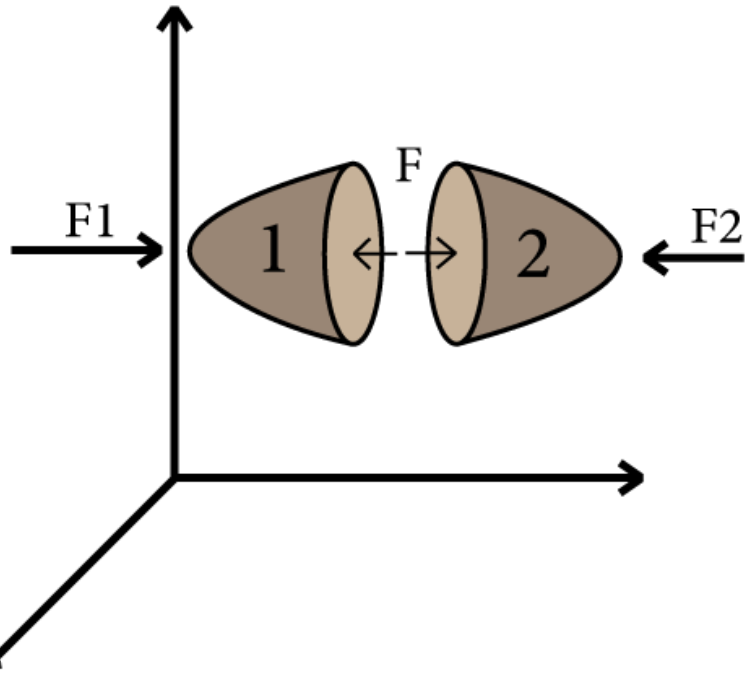
تقسم الاجهادات الى نوعين:

1) **اجهادات مماسية:** تنتج عن قوى مماسية (قوى القص) موازية للسطح التي تولد بدورها اجهادات مماسية $\tau$

2) **اجهادات ناظمية:** تنتج عن قوى ناظمية وفي حالة السّوائل حصرا تولد ضغوطاً $P$

- حالة الاجهاد في نقطة من سائل:

يعبر عنها بالاجهادات المماسية والناظمية التي تؤثر على المقاطع المختلفة المارة من تلك النقطة



- القوى المؤثرة على السّائل:

**تعريف القوة:** هي التأثير المتبادل بين الكتل (كل كتلة تؤثر على الكتلة المجاورة)

وتقسم الى الأنواع التالية:

1) **قوى حجمية – قوى خارجية كتلية $F_V$**
   - سميت حجمية لأن كل جزيء حجمي من السّائل يتأثر بهذه القوة
   - سميت خارجية لأنها تنشأ عن تأثير متبادل بين الكتلة المدروسة وكتلة أخرى خارجة عنها
   - تنشأ هذه القوى اما نتيجة تسارعات كامنة (تسارع الجاذبية الارضية $g$)
   - أوبسبب تسارعات تسببها الحركة (تسارع العطالة $F_b$ – تسارع القوة النابذة $F_s$)

$$\overrightarrow{F_V} = m \ \overrightarrow{b} = m \ \overrightarrow{g}$$

$$\overrightarrow{F_b} = m \ \overrightarrow{b}$$

$$\overrightarrow{F_s} = m \ \omega^2 \ \overrightarrow{r}$$

2) **قوى سطحية – قوى داخلية:**

سميت داخلية لأنها تنشأ نتيجة التأثير المتبادل بين كتلة تنتمي لنفس الجملة المدروسة

تقسم الى نوعين:

i. قوى مماسية:حساب هذه القوى ← حساب القوى الاحتكاك $F_\tau$ ← حساب اجهاد القص $\tau$
ii. قوى ناظمية (ضغط): حساب هذه القوى ←حساب القوى الناظمية ← $F_P$ تنتج هذه القوى نتيجة حساب الضغط $P$

- الضغط في نقطة داخل سائل:

**رياضياً:**

$$F_P = P.A \quad \rightarrow P = \quad \frac{dF_P}{dA} = \frac{F_P}{A}$$

(A) area [ $meter^2$]
(P) pressure
(F) force [ Neoton ]

**فيزيائياً:** الضغط هوشدة تأثير السّائل المحيط بالنقطة
الضغط يتأثر بنوع السّائل
واحدة قياس الضغط

$$P: \left(\frac{N}{m^2}\right), \left(\frac{kP}{m^2}\right)$$

حيث :

$$\frac{N}{m^2} = Pa$$

(Pa) pascal
(KP) kilo pound

$$1 \ \ kP = 9.81 \ \ N$$

حساب $F_P$ :

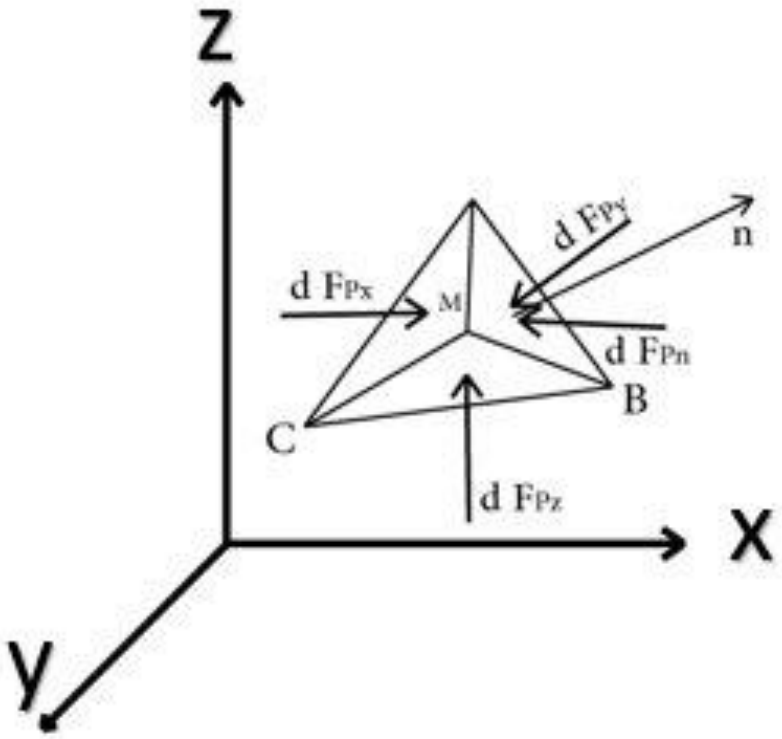
i. **الضغط موزع بانتظام على السطح:**

$$F_P = P.A \quad \leftarrow P = \frac{F_P}{A}$$

ii. **الضغط غير موزع بانتظام على السطح:**

$$F_P = \int dF_P = \int_A P\,.\,dA$$

- **حالة الاجهاد الهيدروستاتيكي في نقطة:**
  - تمثل مجموعة الاجهادات المؤثرة على المقاطع المختلفة المارة من تللك النقطة لذاللك نقتطع من سائل ساكن (هيدروستاتيكي) جزيئا حجمياً بشكل هرم ثلاثي الوجوه
  - ندرس توازن هذا الجزيء ضمن مجموعة احداثيات $x, y, z$



- إن القوى المؤثرة على هذا العنصر الحجمي:
  1. قوى حجمية تهمل لصغرها
  2. قوى سطحية تنحصر بالضغط حصراً
- قوى الضغط كالتالي:
  1. بفرض $P_x$ , $P_y, P_z$ هي ضغوط باتجاه كل من $\mathrm{x, y, z}$
  2. وبفرض $n$ الناظم على القاعدة ويضع الزاوية $\alpha, \beta, \gamma$ مع كل من $\mathrm{x, y, z}$
  3. نسقط القوى المؤثرة باتجاه المحور $x$

$$dF_{P_x} - dF_{P_n}\cos(\alpha) = 0$$
$$P_x dA_x - P_n dA_n \cos(\alpha) = 0$$
$$dA_n \cos(\alpha) = dA_x$$
$$P_x dA = P_n dA$$
$$P_x = P_n$$

  4. نسقط القوى المؤثرة باتجاه المحور $y$

$$dF_{P_y} - dF_{P_n}\cos(\beta) = 0$$
$$P_y dA_y - P_n dA_n \cos(\beta) = 0$$
$$dA_n \cos(\beta) = dA_y$$
$$P_y = P_n$$

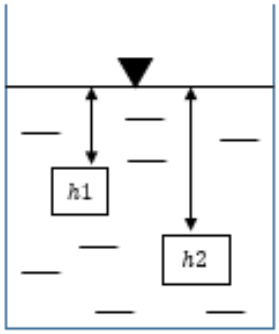
  5. نسقط القوى المؤثرة باتجاه المحور $z$

$$dF_{P_z} - dF_{P_n}\cos(\gamma) = 0$$
$$P_z dA_z - P_n dA_n \cos(\gamma) = 0$$
$$dA_n \cos(\gamma) = dA_z$$
$$P_z = P_n$$

نتيجة: ان للضغط في نقطة له قيمة ثابتة في كافة الاتجاهات

$$P_z = P_n \quad , \qquad P_y = P_n \quad , \qquad P_x = P_n$$
$$P_z = P_y = P_x = const \qquad \ldots.(*)$$

- تعبر العلاقة $(*)$ عن حالة الاجهاد الهيدروستاتيكي في نقطة
- بيانياً تمثل حالة الاجهاد بكرة
- العلاقة $(*)$ تنطبق على السّوائل المثالية والسّوائل الحقيقية اذا كانت السّوائل الحقيقية ساكنة
- الضغط تابع مكاني $P = f(x, y, z)$




يختلف من مكان لاخر حيث أن:
الضغط في النقطة 1 له قيمة واحدة في مختلف الاتجاهات
والنقطة 2 لها قيمة ضغط واحدة في مختلف الاتجاهات ...

تطبق العلاقة $(*)$ على السّوائل المثالية (ثابتة أومتحركة) أوعلى السّوائل الحقيقية اذا كانت ساكنة

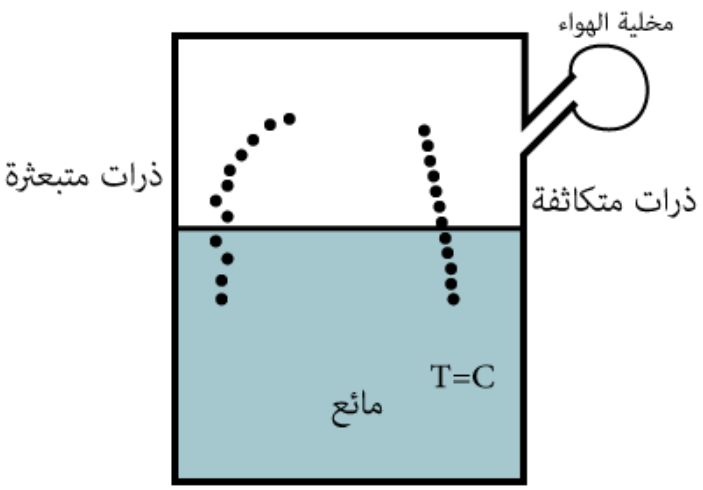
- عند تطبيقها على السّوائل المثالية حصراً ندخل عامل الزمن $P = f(x, y, z, t)$

## 3. ضغط التبخر أوظاهرة التبخر:

- **ظاهرة التبخر:** هي حالة خاصة بالموائع فقط وتعني تحول المائع الى حالة غازية جزئياً أوكلياً وذالك عند ضغط معين ودرجة حرارة معينة $(P, t)$ سواء كان هذا المائع ساكناً أومتحركاً

- **ضغط التبخر:**

وعاء مغلق بشكل محكم يحوي مائعا بدرجة حرارة معينة نقوم بتخليته من الهواء بواسطة مخلية هواء




بعد اخلاء الهواء تبدأ جزيئات المائع بالتبخر وجزيئات أخرى تتكاثف ويبقى الحال هكذا حتى تتساوى عدد الذرات المتبخرة مع عدد الذرات المتكاثفة

عندها نقول:

الضغط السائد فوق المائع هوضغط التبخر $P_v$ (ضغط الاشباع)

ويتعلق هذا الضغط بشكل كبير بدرجة الحرارة

أي عند $t_1$ لدينا $P_{v_1}$

وعند $t_2$ لدينا $P_{v_2}$

وعند $t_3$ لدينا $P_{v_3}$ ..... وهكذا

- في كل موضع داخل (سائل) مائع سواء كان هذا المائع متحرك أم ساكن تصل قيمة الضغط فيه الى قيمة ضغط التبخر $P_v$ المناسب لدرجة الحرارة $t$ الموجود عندها المائع
- سيحدث تبخر موضعي وهذا يؤدي إلى نشوء ظاهرة التكهف وهي ظاهرة خطيرة جداً على سلامة المنشآت الهيدروليكية وخاصة المضخات والعنفات

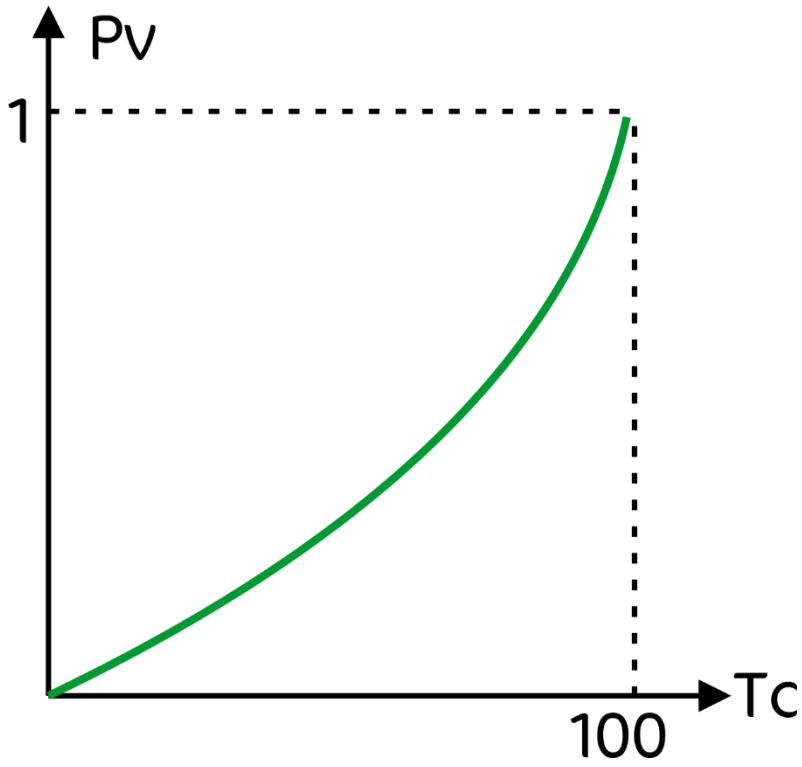
مع الانتباه ألا تصل قيمة ضغط المائع أثناء تحركه عبر الألة (مضخة أوعنفة) الى قيمة تبخر هذا المائع المناسب لدرجة الحرارة وانما يجب علينا دوماً ان نجعل ضغط هذا المائع $P$ اكبر من $P_v$

$$P_v < P$$

في هذا السياق توجد ضرورة ملحة لمعرفة قيم ضغط التبخر $P_v$ عند درجات الحرارة

وبشكل عام ضغط التبخر $P_v$ يتعلق بشدة بدرجات الحرارة

كلما زادت $t \uparrow$ يزداد ضغط التبخر $P_v \uparrow$



4. الكثافة – الحجم النّوعي – الوزن النّوعي:

- **الكثافة:** هي كتلة واحدة الحجم

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad \left(\frac{kg}{m^3}\right)$$

- **الحجم النوعي:** هومقلوب الكثافة

$$\vartheta = \frac{1}{\rho} \qquad \left(\frac{m^3}{kg}\right)$$

- **الوزن النوعي:** هووزن واحدة الحجم

$$\gamma = \frac{W}{V} = \frac{m \;\; g}{V} = \quad \rho \;\; g \qquad \left(\frac{kP}{m^3}\right), \left(\frac{N}{m^3}\right)$$

(W) وزن
(g) تسارع الجاذبية الارضية

مع ملاحظة أن $\gamma$ ليست صفة فيزيائية للسّوائل لأنه يتغير تبعاً للمكان وتبعاً لتغيرات درجة الحرارة

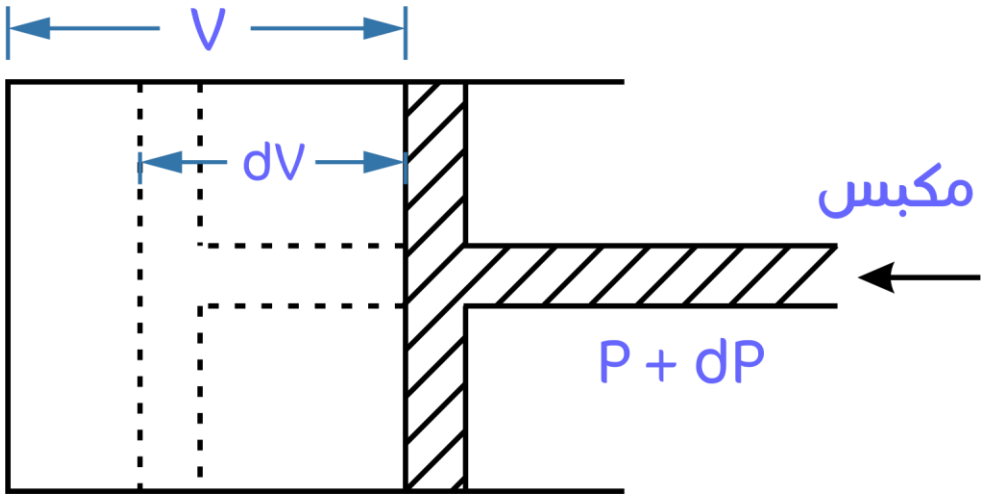
5. مفهوم القابلية الانضغاطية – مفهوم عامل المرونة الحجمي:

- عند تصنيف السّوائل وفق امكانية تغير الحجم (قابلة للانضغاط وغير قابلة للانضغاط) وقلنا عملياً أنه لا يوجد حد فاصل بين النوعين من وجهة النظر التطبيقية أوالعملية
- وبالتالي فالمعيار الذي يسمح لنا بالحكم بأخذ الانضغاطية أوعدم أخذها لسائل ما يتم من خلال **مفهوم التغير النسبي للحجم**

**التغير النسبي للحجم:** يعتبر مقياس القابلية الانضغاطية تحت تأثير فرق ضغط معين (القابلية الانضغاطية )

$$K_c = \frac{\text{التغير النسبي في الحجم}}{\text{التغير الحاصل في الضغط}} = -\frac{dV/V}{dP}$$

$(K_c)$معامل الانضغاطية




بعد ازاحة المكبس يساراً الضغط بدل $P$ هو $P + dP$

والحجم بدل $V$ هو $V - dV$

أصبح عند تغير بالضغط $dP$ تغير بالحجم $dV$

$$K_c = -\frac{dV/V}{dP}\Big|_{t=c} \qquad \left(\frac{m^2}{N}\right)$$

الاشارة السالبة تدل على أنه عند زيادة الضغط يتناقص الحجم

معامل المرونة الحجمي هومقلوب معامل الانضغاطية

$$K_E = \frac{1}{K_c} \quad \left(\frac{N}{m^2}\right)$$

$$K_E = \; - \; \frac{dP}{dV/_V} = \; -V\frac{dP}{dV}$$

$$K_E = \; -V\frac{dP}{dV} \quad |_{t=c} \qquad \dots (*)$$

من * نستدل أن التغير الحاصل في الضغط يتناسب مع $\frac{dV}{V}$

$$dP \; \sim \; \left|\frac{dV}{V}\right|$$

ومن * نستدل أن التغير الحاصل في الضغط هو

$$dP = K_E \; \left|\frac{dV}{V}\right|$$

- حساب معامل المرونة الحجمي:

**1)الموائع: $\boldsymbol{\rho = const}$**

من * نستبدل كل تفاضل $d$ بالفرق $\Delta$

$$K_E = \; -V\frac{\Delta P}{\Delta V}$$

$$\Delta P = P_2 - P_1$$

$$\Delta V = V_1 - V_2$$

**2)الغازات: $\rho \neq const$**

بحكم أن كتلة الغاز تبقى ثابتة $m = const$ نستبدل الحجم الكلي بالحجم النوعي ثم نستبدل الحجم النوعي بالكثافة مع الانتباه إلى أن إشارة الكثافة تتغير عند تغير الضغط

$$K_E = -V\frac{dP}{dV} = -v\frac{dP}{dv}$$
$$= +\rho\frac{dP}{d\rho}$$

بشرط أن نعلم بعلاقة الكثافة تبعاً لتغيرات الضغط $\rho = f(P)$

| | الجسم | القيمة |
|---|---|---|
| $K_E$ | أجسام صلبة | متعددة ومعلومة |
| | أجسام مائعة | قيم وسطية |
| | أجسام غازية | متغيرة تبعاً لحالة الغاز (إيزوترمية - أديباتية - بولتروبية) |

- استنتاجات على $K_E$:

a)تختلف الأجسام بين بعضها البعض من حيث خاصية المرونة وهناللك أجسام أكثر أوأقل مرونة (مثلا: إذا اثرنا على نابضين بنفس القوة ← الذي يتشوه أكثر يكون أكثر مرونة )

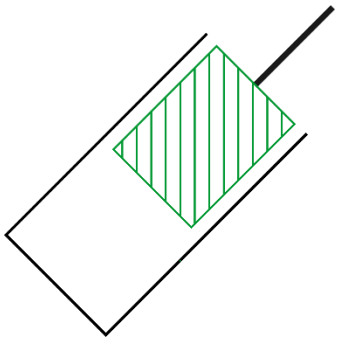
b)يعبر عن التشوه النسبي الحاصل بـ **(المرونة)**

c)وبالمفهوم العام لمعامل المرونة يتجلى من خلال معامل المرونة الحجمي

d)الموائع أكثر مرونة من الأجسام الصلبة

e)الغازات اكثر مرونة من الموائع

f) خاصية المرونة للسوائل والغازات تستخدم عملياً على نطاق واسع في المجالات الصناعية (سيارات – النوابض بنيوماتيكية (دارات تحكم بالهواء المضغوط)) كمخمدات للصدمة



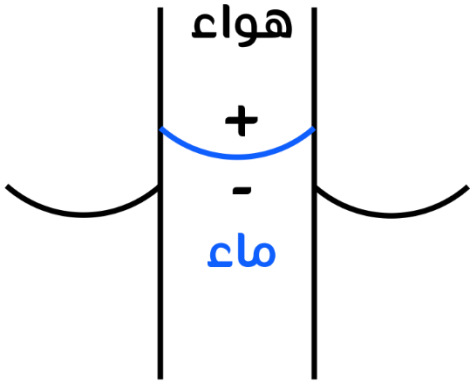
مخمد الصدمة: هوأسطوانة ومكبس وحول المكبس مانعة تسرب (للحفاظ على الضغط بحجرة الاحتراق لكي لا يخرج إلى الخارج)

$K_E$ ↑ يزداد بزيادة $T$ ↑ بشرط أن نحافظ على قيمة الضغط ثابتة $P = const$

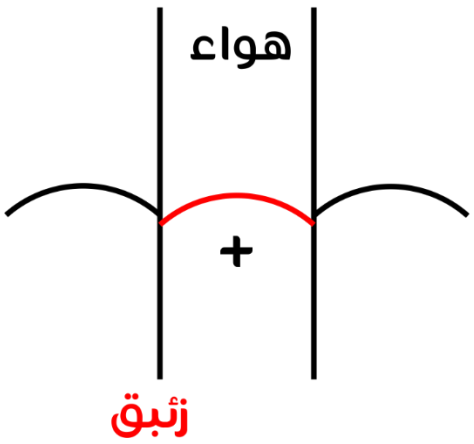
6. <u>التوتر السّطحي – مفهوم الخاصية الشعرية:</u>

- <u>مشاهدات يومية:</u>

i. قطرة المطر – فقاعة الصابون بشكل كروي
ii. الزيت ينتشر على سطح الماء
iii. الماء يبلل الجدران بينما الزئبق لا يبلل الجدران
iv. السّائل المبلل للجدران يرتفع في الأنبوبة الشعرية (أنبوب دقيق قطره صغير جداً بالميلي مترات) بينما السّائل غير المبلل ينكمش (عن مستوى السّائل الموجود بالكأس)

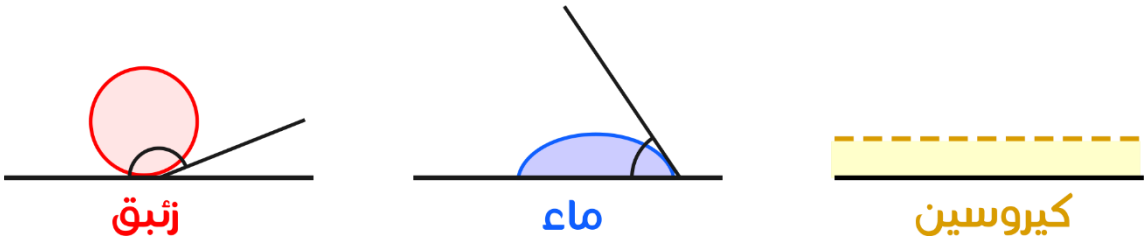



مبلل للجدران




غير مبلل للجدران

- تجربة بسيطة لتوضيح هذه الظاهرة :

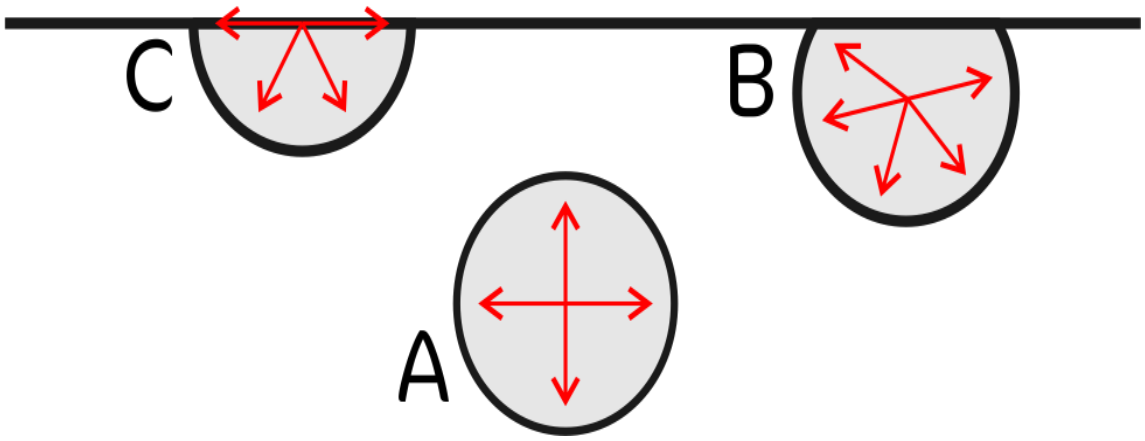



$\theta \simeq 130^o$ $\theta < \frac{\pi}{2}$ ,$\theta \to 0$ $\theta \to 0$

كافة الظواهر أوالمشاهدات يتم تفسيرها بمساعدة ما يسمى
**بقوى التوتر السّطحي**

- تفسير ظاهرة التوتر السّطحي:

نفسرها من خلال شرح بسيط :




الجزيئة A: متوازنة وتتبادل التأثير مع الجزيئات المحيطة
الجزيئة B: محصلة القوى تجعلها مشدودة للأسفل
الجزيئة C: تكون مشدودة على السطح ومشدودة للأسفل

❖وهكذا تكون كافة الجزيئات الواقعة على السطح الحر تكون مشدودة باتجاه الأسفل دوماً ↓

❖السطح الحر نتيجة لتأثير قوى الشد هذه يشبه غشاء مطاطي رقيق يقع تحت تأثير إجهاد التوتر السطحي $\sigma_0$

بمعنى آخر: السطح الفاصل يصبح في حالة شد ويتكون فقط من الذرات (الجزيئات) الضرورية لتكوينه

❖نعبر عن التوتر السّطحي من خلال ما يسمى قوة شد مؤثرة وذالك على سطح السّائل الملامس (للهواء أوأي غاز آخر) أوأي سطح آخر بين سائلين غير متمازجين (ماء – زيت)

❖نرمز للتوتر السّطحي $\sigma_0$ وواحدة قياسه $\left(\frac{kP}{m}\right), \left(\frac{N}{m}\right)$

ويسمى أحياناً باجهاد التوتر السّطحي

إجهاد التوتر السّطحي $\sigma_0$: هوقوة الشد المماسية بالنسبة لواحدة طول منحني السطح المحيط وذالك للسطح الفاصل

**رياضياً :**

$$\sigma_0 = \frac{dF_\sigma}{ds}$$

$ds$ عنصر طولي , $dF_\sigma$ المركبة المماسية لقوى الترابط الذري

**استنتاجات:**

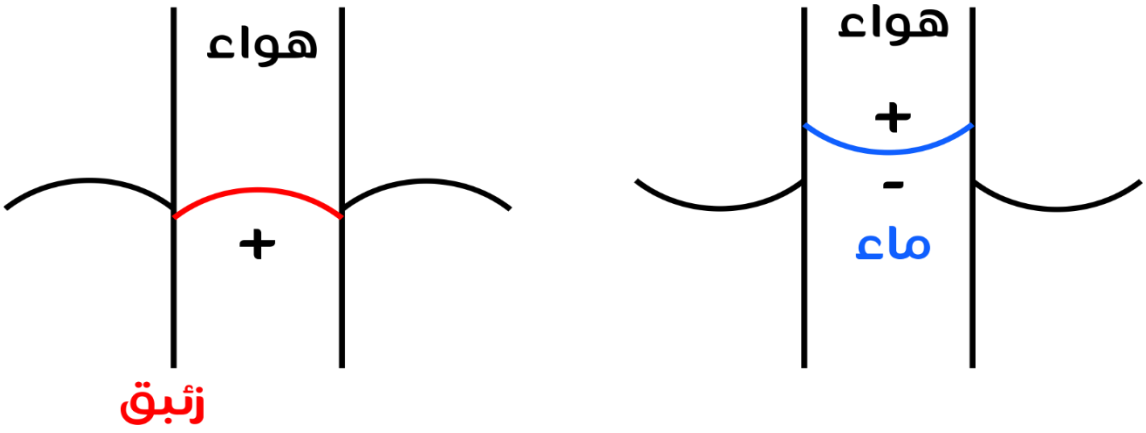
i. السطوح الفاصلة بين سائلين متجاورين غير متمازجين تسعى لأن تكون أصغرية

ii. السطح الفاصل بين سائلين متجاورين غير متمازجين يكون في حالة إجهاد شد وذالك نتيجة تأثير المركبة المماسية لقوى الترابط الذرية (إجهاد السطوح المحدة)

iii. $\sigma_0$ إجهاد التوتر السطحي هوثابت للمادة وتتعلق بنوع السّائل وتكون $\sigma_0$ ثابتة في جميع نقاط السطح المحد وبكافة الاتجاهات

تحديد $\sigma_0$ بدلالة مفهوم الضغط التقوس الشعري $\Delta P_c$ :

أنبوبة شعرية تم غمرها بالماء – أنبوبة أخرى تم غمرها بالزئبق




$\Delta P_c < 0$ $\Delta P_c > 0$

$\Delta P_c$: ضغط التقوس - ضغط الخاصية الشعرية

واحدة قياسه:

$$\left(\frac{N}{m^2}\right), \left(\frac{KP}{m^2}\right)$$

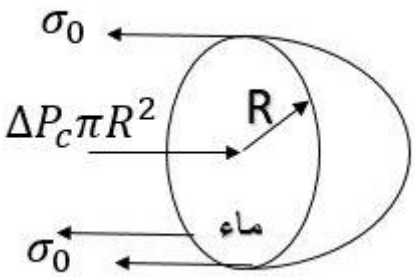
- عندما $\Delta P_c$ موجب ← السطح الفاصل محدب باتجاه الخارج
- عندما $\Delta P_c$ سالب ← السطح الفاصل مقعر باتجاه الخارج

- وتعطى العلاقة بين إجهاد التوتر السطحي و$\Delta P_c$ بـ:

$$\Delta P_c = \sigma_0 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

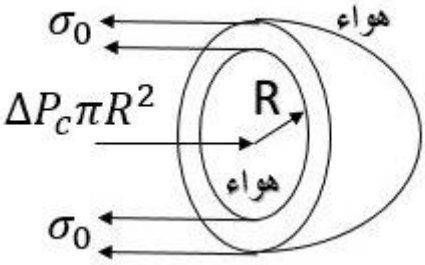
حيث $R_1$ , $R_2$ هي انصاف أقطار السطح المحد :

- اذا كان السطح المحد كروي الشكل $R_1 = R_2 = R$ (قطرة الماء)




$$2\pi R\sigma_0 = \Delta P_c \pi R^2$$

$$\Delta P_c = \sigma_0 \left(\frac{2}{R}\right)$$

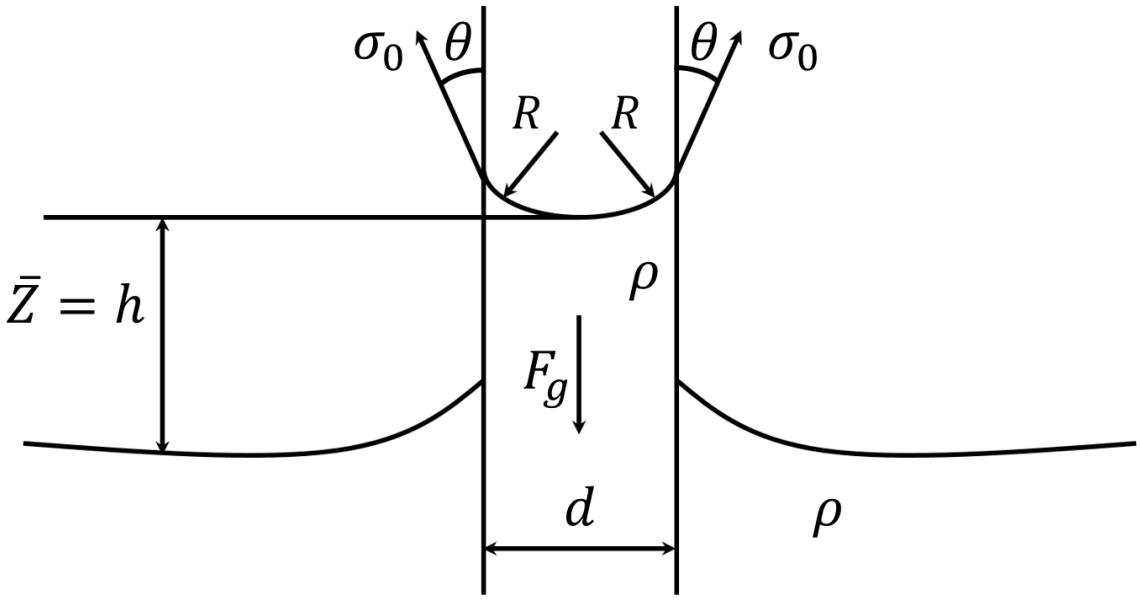



- فقاعة الصابون :

$$2 * 2 \ \pi R\sigma_0 = \Delta P_c \pi R^2$$

$$\Delta P_c = \sigma_0 \left(\frac{4}{R}\right) = \sigma_0 \left(\frac{8}{d}\right)$$

- حساب ارتفاع ( الصعود – الهبوط) الشعري:




إن القوى المؤثرة على السّائل (مائع) هي:

i. **قوى وزن السائل:** إتجاهها شاقولي

$$F_g = V\ \gamma = \frac{\pi d^2}{4} h\ \gamma$$

$V$ حجم السّائل , $\gamma$ وزن السّائل النوعي

ii. **قوى التوتر السطحي:**

$$F_\sigma = \pi d\ \sigma_0\ \cos(\theta)$$

$\pi d$ طول منحني السطح المحد

عندما $d = 2r$ يكون:

$$F_\sigma = 2\pi r \ \ \sigma_0 \ \ \cos(\theta)$$

ويحصل توازن بين هاتين القوتين:

$$F_\sigma = F_g$$

$$\pi d \ \ \sigma_0 \ \ \cos(\theta) = \ \ \frac{\pi d^2}{4} h \ \ \gamma$$

ومنه ارتفاع ( الصعود – الهبوط) الشعري:

$$h = \frac{4 \ \ \sigma_0 \ \ \cos(\theta)}{\gamma \ \ d}$$

عندما $d = 2r$ يكون:

$$h = \frac{2 \ \ \sigma_0 \ \ \cos(\theta)}{\gamma \ \ r}$$

يتعلق $h$ بـ ( $d \ , \ \ \sigma_0 \ , \gamma$)

❖ **قوانين تغير الحالة للغازات الكاملة:**

وذالك لايجاد العلاقة $\rho = f(t, P)$

الغاز الكامل: هوسائل قابل للانضغاط يحقق شروط معادلة الحالة

$$P \ \ v = R \ \ t$$

$$P \ \ \frac{1}{\rho} = R \ \ t$$

1)**قانون الحالة الايزوثيرمي:**

بفرض لدينا غاز موجود بحالة 1 وانتقل الى الحالة 2 بشروط ايزوتيرمية

$$t = const$$

أوتمت العملية ببطئ شديد

$$\frac{P_1}{\rho_1} = \frac{P_2}{\rho_2} = const$$

2)**قانون تغير الحالة الاديباتي – توضع اديباتي – شروط اديباتية:**

بفرض لدينا غاز موجود بحالة 1 وانتقل الى الحالة 2 اديباتياً

$$s = const$$

أوعزل حراري كامل أوتتم الحركة بسرعة كبيرة

$$\frac{P_1}{{\rho_1}^x} = \frac{P_2}{{\rho_2}^x} = const$$

$$x = k = \gamma$$

$$x = \frac{c_p}{c_v} \qquad , \qquad c_v > c_p$$

**3)قانون تغير الحالة البوليتروبي:**

بفرض لدينا غاز موجود بحالة 1 وانتقل الى الحالة 2 بوليتروبياً (حالة وسط بين الحالتين السابقتين)

$$\frac{P_1}{{\rho_1}^x} = \frac{P_2}{{\rho_2}^x} = const \qquad , \qquad x = n$$

# الهيدروستاتيك

الهيدروستاتيك: ويعني توازن الموائع $\rho = const$

- أهم الفرضيات:

1) $\rho = const$

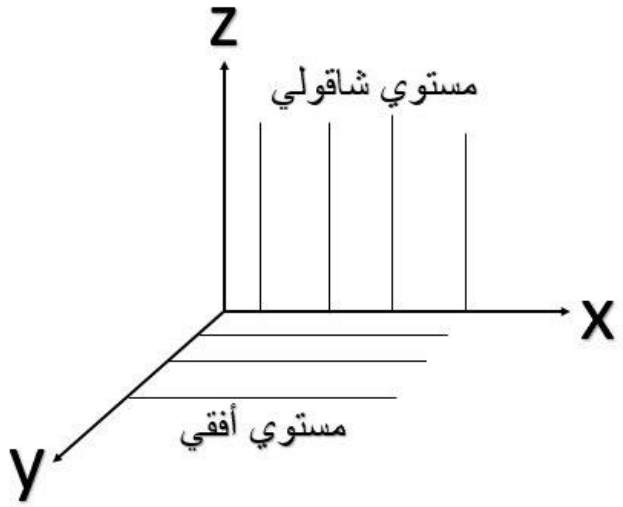
2) القوى المؤثرة:

i. قوة الثقالة
ii. القوى النابذة
iii. قوة العطالة

- توازن السّوائل تحت تأثير قوة الثقالة فقط:

الغاية من ذالك توزع الضغط بالاتجاه الشاقولي والاتجاه الأفقي وذالك من أجل ايجاد القوى التي تؤثر على السطوح أوالجدران التي تحجز خلفها الموائع

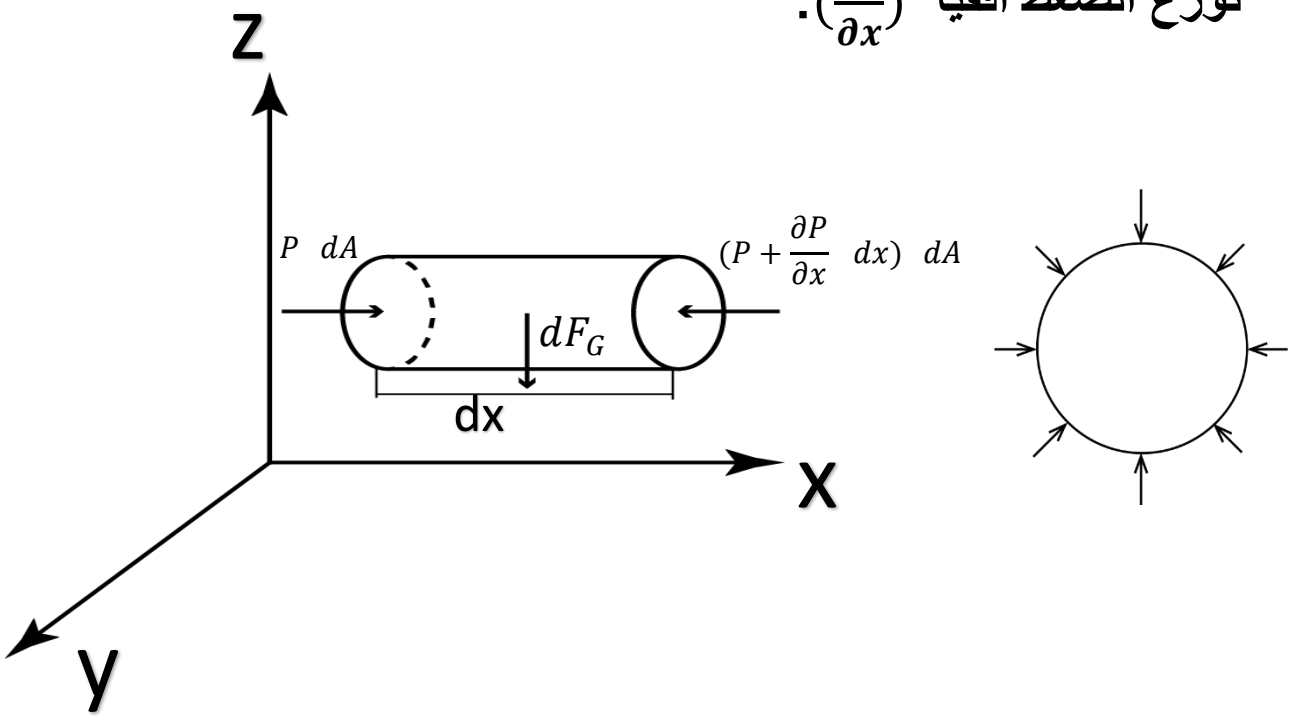
- **توزع الضغط في سائل متجانس:**




علينا تحديد تغيرات الضغط بالاتجاه الأفقي $\frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial P}{\partial y}$

والاتجاه الشاقولي $\frac{\partial P}{\partial z}$

i. **توزع الضغط أفقياً** $(\frac{\partial P}{\partial x})$:




نعتبر المائع ساكن وبالتالي يكون في حالة توازن لذالك نقتطع منه اسطوانة عنصرية مساحة مقطعها صغير جداً $dA$ وطولها $dx$ يحيث محورها أفقي

- القوى المؤثرة:

1) قوة الوزن (قوة الثقل) $dF_G$

2)قوى الضغط:

✓قوى مؤثرة على قميص الاسطوانة

✓قوى مؤثرة على قاعدتي الاسطوانة

بفرض الضغط على القاعدة اليسرى $P$ ← القوى المؤثرة $P \ \ dA$

بفرض تغيراً بالضغط باتجاه $x$ ← القوى المؤثرة

$$(P + \frac{\partial P}{\partial x} \ \ dx) \ \ dA$$

بالاسقاط باتجاه المحور $x$ :

$$PdA - \left(P + \frac{\partial P}{\partial x} \ \ dx\right) dA = 0$$

$$\rightarrow \ \ \frac{\partial P}{\partial x} \ \ dx \ \ dA = 0$$

نستنتج أن الضغط ثابت باتجاه المحور $x$

وكذالك الضغط ثابت باتجاه المحور $y$

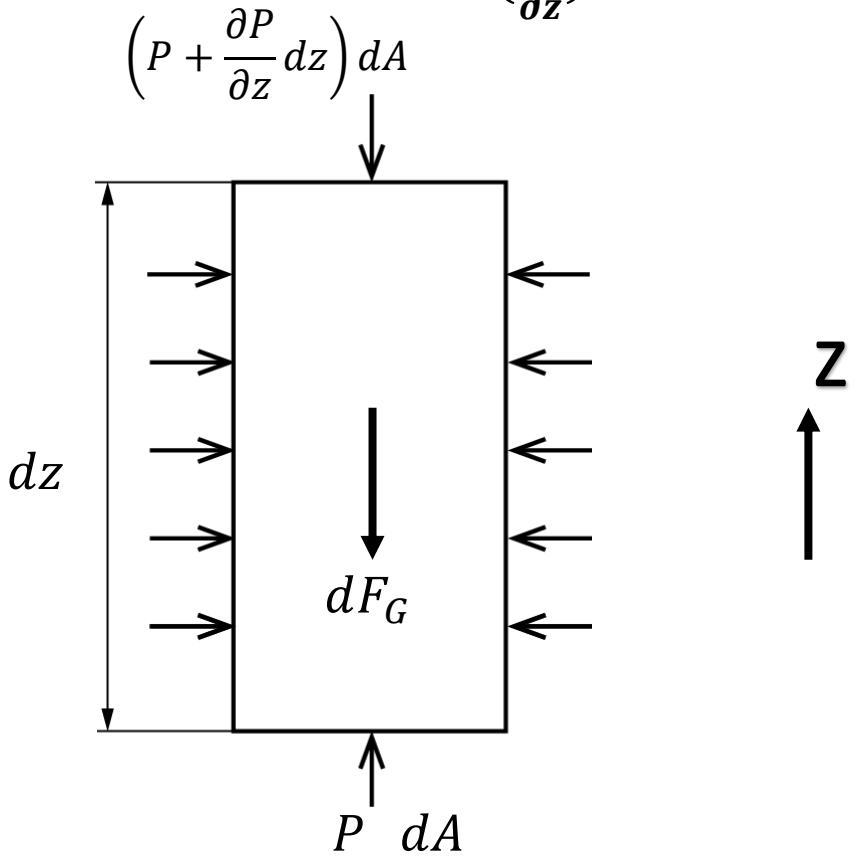
$$\frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad \rightarrow P = const$$

ملاحظة: كل مستوي أفقي يمثل سطحاً للضغط الثابت

- ✓ بمعنى أن كل النقاط التي تقع على نفس المستوي الأفقي سوف تتعرض لنفس قيمة الضغط
- ✓ وإذا تعرضت نقاط ما واقعة في مستوي ما لنفس قيمة الضغط ← يكون المستوي هوأيضاً أفقي

وهذا ما يفسر أن النقاط التي تتعرض إلى قيمة الضغط الجوي تكون واقعة في مستوي أفقي

ii. **توزع الضغط شاقولياً $\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)$:**




نقتطع من سائل ساكن اسطوانة عنصرية مساحة مقطعها صغير جداً $dA$ وارتفاعها $dz$ يحيث محورها شاقولي موجب باتجاه الأعلى ↑

- القوى المؤثرة:

**1) قوة الوزن (قوة الثقل) $dF_G$**

$$dF_G = g \ \ dm = \rho \ \ g \ \ dV = \rho \ \ g \ \ dz \ \ dA$$

**2)قوى الضغط:**

✓قوى مؤثرة على قميص الاسطوانة تفني بعضها البعض

✓قوى مؤثرة على قاعدتي الاسطوانة

السفلية: $PdA$

العلوية: $\left(P + \frac{\partial P}{\partial z} dz\right) dA$

بالاسقاط باتجاه المحور $z$:

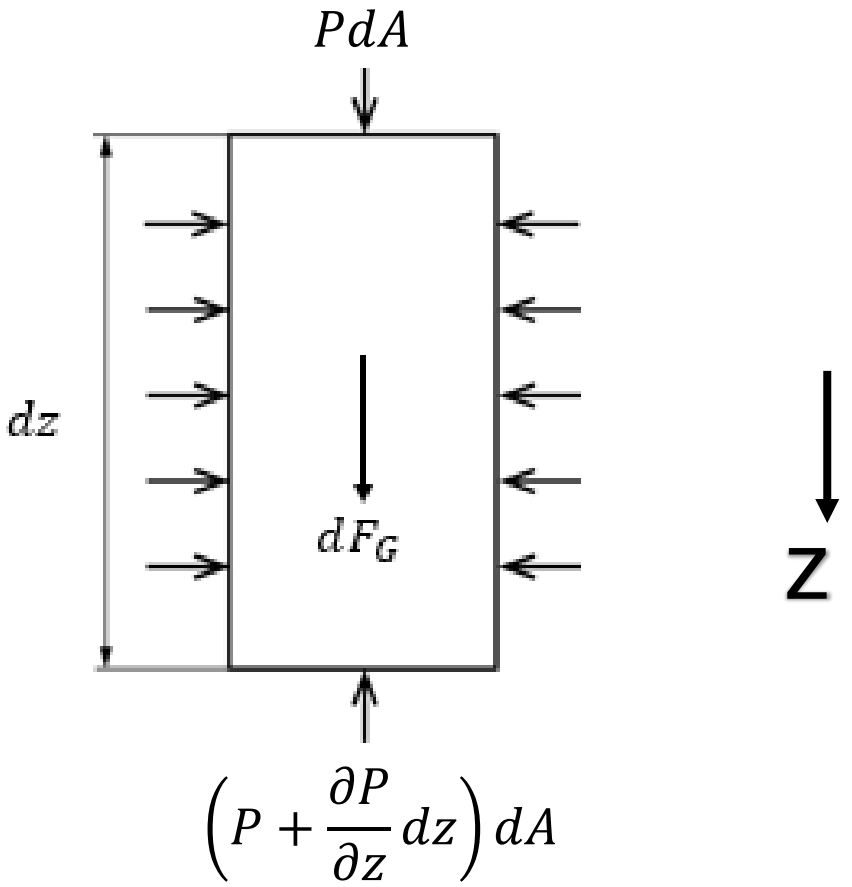
$$PdA - \left(P + \frac{\partial P}{\partial z} dz\right) dA - \rho \ \ g \ \ dz \ \ dA = 0$$

ومنه نحصل على المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية التفاضلية (م.هـ.أ)

$$\rightarrow \ \ \frac{\partial P}{\partial z} = - \ \ \rho \qquad \ldots (*)$$

$$\Rightarrow \ \ \frac{dP}{dz} = - \ \ \rho \ \ g$$

**ملاحظة:** إذا اعتبرنا المحور $z$ موجب باتجاه الأسفل ↓
وبالاسقاط على المحور $z$ نجد:




$$+PdA - \left(P + \frac{\partial P}{\partial z}dz\right)dA + \rho g dz dA = 0$$

نحصل على:

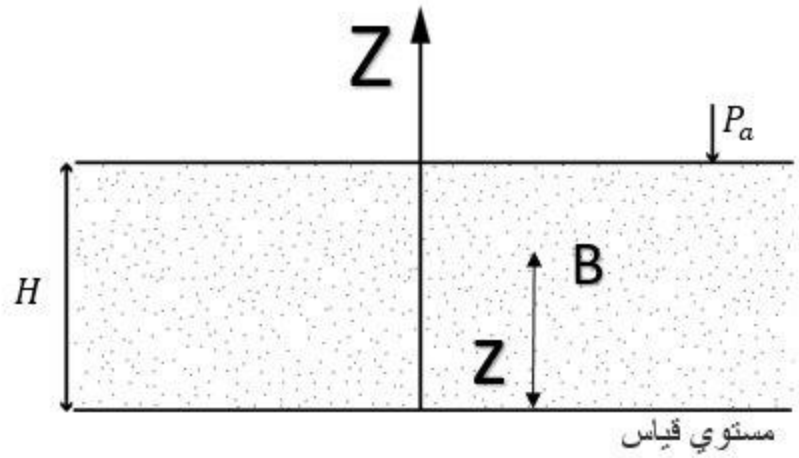
$$\frac{\partial P}{\partial z} = +\ \rho\ \ g$$

نلاحظ أن:

- ✓ الضغط $P$ في سائل ساكن يتغير فقط بالاتجاه الشاقولي $P = f(z)$ وهوتابع خطي من الدرجة الأولى
- ✓ يزداد هذا الضغط مع العمق الشاقولي بمعدلات ثابتة $\rho g$ لكل واحدة طول (عمق) اعتباراً من مستوي قياس معين
- ✓ ينقص الضغط مع الارتفاع باتجاه الأعلى بنفس المقدار $\rho g$

- **استنتاجات على المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية التفاضلية (م.هـ.أ):**

✓ <u>الاستنتاج الأول:</u>




لإيجاد الضغط في نقطة داخل مائع تبعد مقدار $z$ عن مستوي القياس

نكامل العلاقة $(*)$

$$P_Z = -\rho g z + c \qquad \ldots (**)$$

← تبين العلاقة الخطية توزع الضغط في السائل

عندما $z = H$ $\leftarrow$ $P_a = -\rho g H + c$

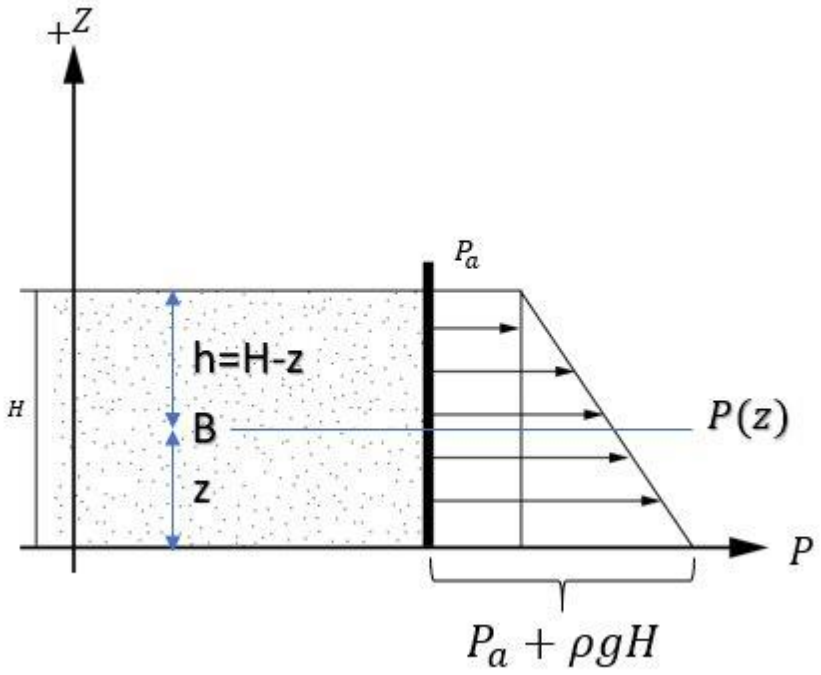
$$c = P_a + \rho g H$$

نعوض في $(**)$ :

$$P_Z = -\rho g z + P_a + \rho g H$$

$$\rightarrow \quad P_Z = +P_a + \rho g (H - z)$$

تمثل هذه المعادلة خط مستقيم




توضيح:

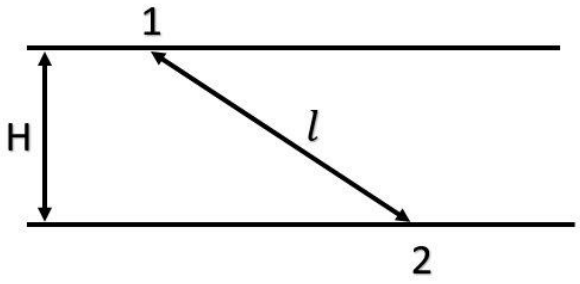
- بفرض لدينا خزان مملوء بسائل ما واعتبرنا المحور $z$ ↑ موجب للأعلى
- نختار مقياس رسم معين للضغط
- يؤثر على السطح ضغط جوي $P_a$ له قيمة ثابتة

بفرض بالرسمة السابقة $h = (H - z)$ وقمنا باستنتاج قيمة الضغط في نقطة $B$ اعتباراً من السطح الحر (كمستوي قياس) والمحور $z$ موجباً باتجاه الأسفل $P_B = P_a + \rho g h$

✓ <u>الاستنتاج الثاني:</u>

ايجاد فرق الضغط بين نقطتين داخل سائل

خزان كبير فيه نقطتين المسافة بينهما $l$ والبعد الشاقولي لهما $H$ و $\rho$ معلومة لايجاد فرق الضغط بينهما:

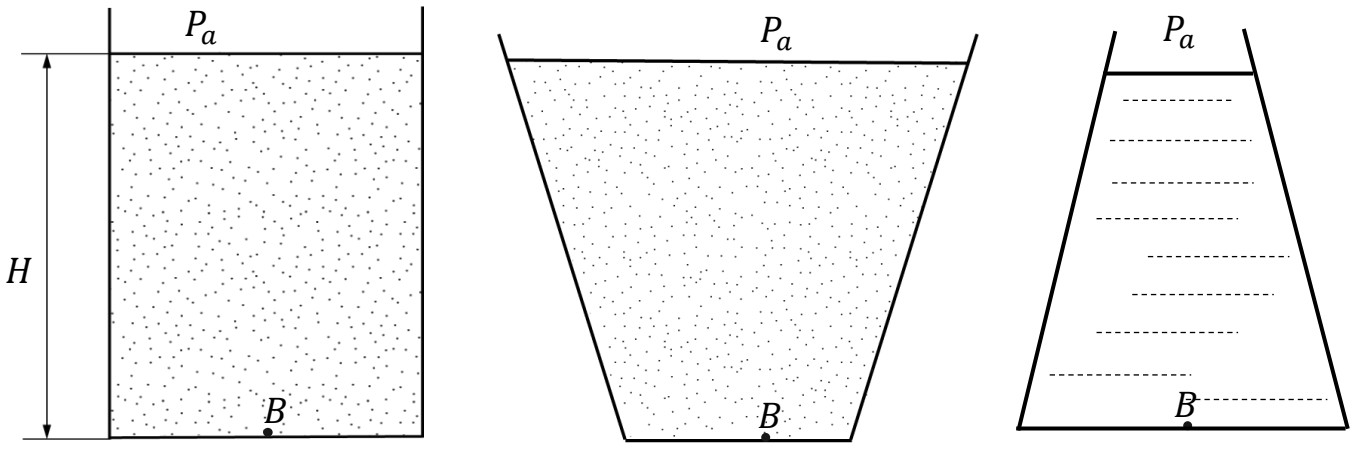



- $P_1 = C_1$ له قيمة ثابتة بكافة النقاط الواقعة في نفس المستوي الأفقي
- $P_2 = C_2$ له قيمة ثابتة بكافة النقاط الواقعة في نفس المستوي الأفقي

فرق الضغط بين نقطتين يتعلق فقط بالبعد الشاقولي بينهما ولا يتعلق بالمسافة بينهما

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho g H$$

✓ <u>الاستنتاج الثالث:</u>



ثلاث أوعية مختلفة الأشكال والأحجام تملأ بنفس المائع وبنفس الارتفاع المطلوب حساب الضغط عند قعور هذه الأوعية
ولذالك نجد أن لهم نفس الضغط عند القعر **(التناقضة الهيدروستاتيكية)**

**التناقضة الهيدروستاتيكية:**
على قعور أوعية مختلفة الأشكال والأحجام ويملأ ها نفس المائع وعلى نفس الارتفاع تؤثر نفس الضغط على هذه القعور
والاختلاف ينحصر فقط في قيمة قوة الضغة المؤثرة على القاعدة

$$F_{P_1} = PA_1 \quad , \qquad F_{P_2} = PA_2 \quad , \qquad F_{P_3} = PA_3$$

$$\text{الضغط} = \frac{\text{قوة}}{\text{مساحة السطح}}$$

$A$ مساحة السطح

$$A_1 \neq A_2 \neq A_3$$

- **توزع الضغط في سائل غير متجانس:**

عدم التجانس: يعني أن هنالك تغيراً في الكثافة

$$\rho \neq const$$

تغير الكثافة:

i. تغير مستمر في الكثافة $\rho = f(z)$ (هواء - غاز)
ii. تغير مفاجئ للكثافة (أي توضع عدة سوائل مختلفة غير متمازجة وبالتالي تتوضع فوق بعضها البعض)

الحالة الأولى: التغير المستمر

يدرس في مقرر الايروديناميك (ديناميك الغازات)

الحالة الثانية: التغير المفاجئ للكثافة

ندرس توازن عدة سوائل (موائع) متوضعة فوق بعضها البعض بحيث تحقق هذه الموائع **شرط الاستقرار الستاتيكي**

شرط الاستقرار الستاتيكي: هوأن يتوضع المائع الأخف فوق المائع الأثقل: مثلاً ( توضع الزيت فوق الماء)

**تجربة :**

بفرض لدينا عدة موائع غير متمازجة متوضعة فوق بعضها البعض (تحقق شرط الاستقرار) بحيث

( $\rho_1$ كثافة المائع الأخف $< \rho_2 < \cdots < \rho_n$ )

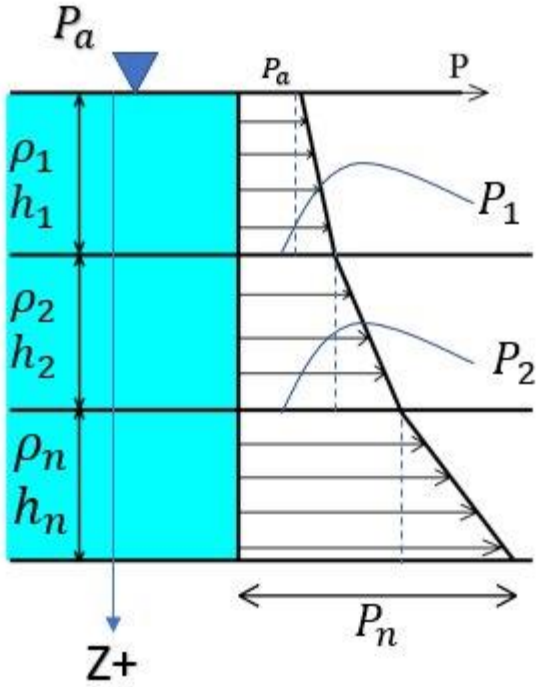
وبفرض لدينا سماكة هذه الطبقات $h_1, h_2, \ldots h_n$ على التوالي

ندرس توزع الضغط على هذه السوائل:

نأخذ محور الضغط أفقي

نأخذ محور الارتفاعات شاقولي للأسفل

نحدد قيمة الضغط الجوي $P_a$




$$P_1 = P_a + \rho_1 g h_1$$

$$P_2 = P_1 + \rho_2 g h_2$$

$$P_n = P_{n-1} + \rho_n g h_n$$

$$P_n = P_a + \sum_{i=1}^{n} \rho_n g h_n$$

كل حد فاصل يوجد انكسار للضغط .

- **تطبيقات على المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية:**

هنالك مشكلة هندسية تستخدم م .هـ .أ لايجاد الحلول لها

الخطوات المتبعة:

1. اختيار مستوي قياس مناسب كمنطلق لحساب الارتفاعات (الضغوط) بحيث يكون هذا المستوي أفقياً ويعتبر مستوياً للضغط الثابت
2. نحدد على هذا المستوي نقطتين (1-2) (*A-B*)

$$P_1 = P_2$$

$$P_A = P_B$$

3. نطبق م .هـ .أ على هاتين النقطتين :

✓ التطبيق الأول: **مبدأ الأوعية المستطرقة .**

الأوعية المستطرقة: هي أوعية مختلفة الأشكال والأحجام وتشكل جملة متصلة تملأ بمائع معين

بتطبيق $P_1$ على الفرع اليساري

بتطبيق $P_2$ على الفرع اليميني

$$P_1 \neq P_2$$

مع ملاحظة أن المائع يتحرك دوماً باتجاه الضغط الأصغر

$$P_1 > P_2$$

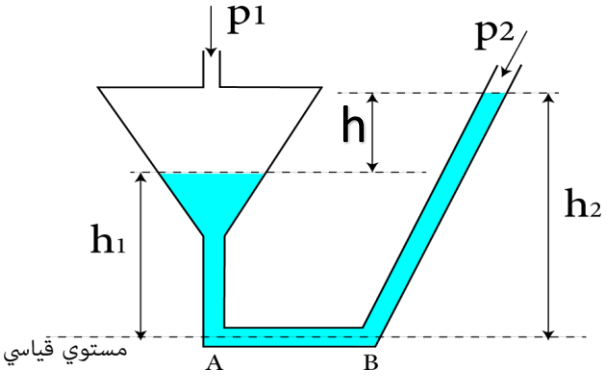
$$\Delta P = P_1 - P_2$$

$$P_A = P_1 + \rho g h_1$$

$$P_B = P_2 + \rho g h_2$$

$$P_A = P_B$$

$$P_1 + \rho g h_1 = P_2 + \rho g h_2$$



$$\Delta P = P_1 - P_2 = \rho g(h_2 - h_1) = \rho g h$$

$\Delta P$ يتعلق ب $h$

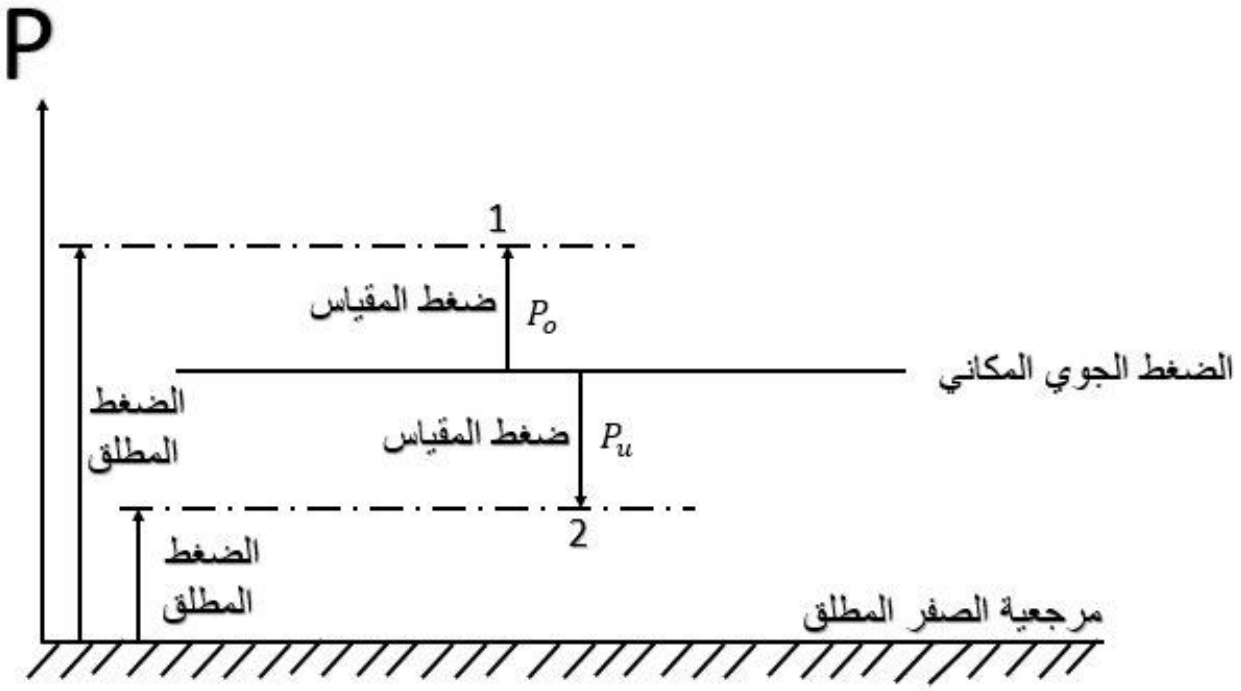
عندما:

$\Delta P \to 0 \quad \Longrightarrow \quad P_1 = P_2$

كما في نربيش الشقلة $\quad P_1 = P_2 = P_a$

✓ التطبيق الثاني: **مبدأ قياس الضغط – المانومتر – البارومتر**

يقاس الضغط بشكل دائم كفرق ضغط بين الضغط السائد في نقطة معينة وضغط قياس معلوم



ضغط القياس المعلوم يؤخذ:

- إما ضغط الخلاء التام (ضغط الصفر المطلق) $P = 0$ نحصل على الضغط المطلق
- أوالضغط الجوي حيث نقيس فرق الضغط الحاصل بين الضغط السائد في نقطة القياس والضغط الجوي

**فنحصل على ما يلي:**

i. ضغط زائد $P_o$ $\rightarrow$ $P - P_a > 0$
يسود فوق المنطقة مرتفع جوي

ii. ضغط ناقص $P_u$ $\rightarrow$ $P - P_a < 0$
يسود فوق المنطقة منخفض جوي

ومن مفهوم الضغط الزائد والضغط الناقص

نستنتج المفهومين التاليين:

1. **الضاغط الموجب ( ارتفاع الضغط):**

$$h_P = \frac{P - P_a}{\rho g} = \frac{P_O}{\rho g}$$

2. **الضاغط السالب (ارتفاع السحب):**

$$h_S = -\frac{P_u}{\rho g} = \frac{P_a - P}{\rho g}$$

✓ **المانومترات:** هي الأجهزة التي تقيس الضغوط الموجبة أوالزائدة

✓ **البارومترات:** هي الأجهزة التي تقيس الضغوط الناقصة أوالسالبة ويستخدم لقياس الضغط الجوي لأنه الضغط السائد

❖**المانومترات:** هي نوعين

1. جافة
2. سائلة

- **<u>المانومترات السائلة:</u>**

سميت سائلة لأن مبدأ القياس يعتمد على حساب ارتفاع عامود السّائل يمكن استخدام سائل قياس واحد أوأكثر من سائل قياس .

أنواع المانومترات السّائلية:

1) المانومترات البسيطة: تستخدم لتعين الضغط الزائد في نقطة معينة من السّائل
2) المانومترات التفاضلية: تستخدم لقياس فرق الضغط ما بين نقطتين
3) الميكرومانومترات: لقياس الضغوط وفروقها الصغيرة جداً

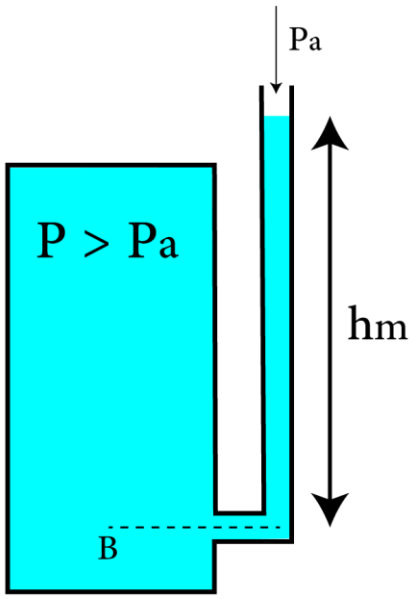
- <u>المانومترات البسيطة:</u> تستخدم في المخابر وفي الصناعة بشكل واسع و بعدة نماذج مختلفة حيث بعضها يستخدم سائل مقياس واحد $\rho_m$ و بعضها يستخدم أكثر من سائل مقياس

**الأنبوبة البيزومترية:** عبارة عن أنبوب شفاف من الزجاج أوالبلاستيك قطره $d = 1\ cm$ يتم وصل هذا الأنبوب في النقطة المراد معرفة قيمة الضغط فيها مع الإشارة أن الأنبوبة البيزومترية تستخدم حصراً لقياس الضغوط الزائدة الصغيرة .

**تطبيق :**

لقياس الضغط في نقطة داخل خزان فيه سائل بضغط زائد

$$P > P_a$$




نمرر من النقطة B مستوي أفقي يمثل حسب م . هـ . أ سطحاً للضغط الثابت على جميع نقاط هذا المستوي (الضغط نفسه)

يثقب جدار الخزان ويوصل المانومترات (أنبوبة شاقولية للأعلى)

مدرجة فيرتفع فيها السائل حتى $h_m$

$$P_B = P_{B'} = P_a + \rho g h_m$$

$$P_B^O = P_B - P_a = \rho g h_m \quad > 0$$

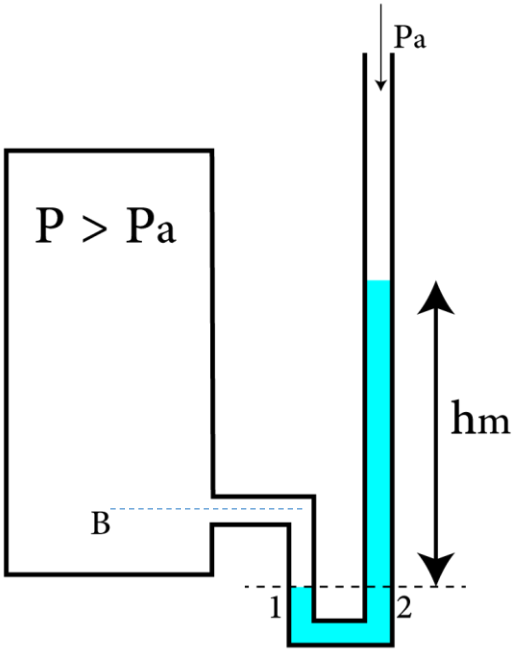
لايجاد ارتفاع الأنبوبة البيزومترية $h_m$ :

$$h_m = \frac{P_B - P_a}{\rho g} = \frac{P_O}{\rho g}$$

صفات: سهلة الاستخدام (بسيطة)

سيئات: لا تقيس الضغوط الزائدة الصغيرة جداً

## المانومترات حرف $U$:




جهاز يستخدم لقياس الضغوط الزائدة المتوسطة والكبيرة في نقطة ما بحيث يتم استخدام إما سائل قياس واحد أواكثر من سائل قياس

لقياس الضغط في نقطة داخل يثقب جدار الخزان في النقطة المراد قياس الضغط فيها

قبل عملية الوصل للمانومتر يكون سائل المقياس في الفرعين على نفس السوية وبعد الوصل يتحرك بالشكل المبين .

$$P_B = P_{B'} \quad , \quad P_1 = P_2$$

$$P_1 = P_{B'} + \rho g h$$

$$P_2 = P_a + \rho_m g h_m$$

$$P_a + \rho_m g h_m = P_{B'} + \rho g h$$

$$P_B^O = P_B - P_a = \rho_m g h_m - \rho g h$$

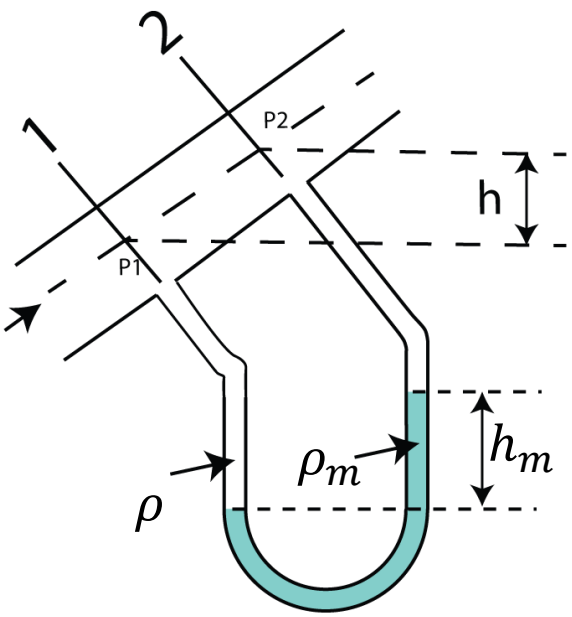
عندما:

$$\rho_m \gg \rho$$

$$P_B^O \cong \rho_m g h_m$$

- المانومترات التفاضلية:

تستخدم لقياس الضغط بين نقطتين أوأكثر وتكون أيضاً على شكل حرف $U$ وتستخدم سائل مقياس كثافته $\rho_m$ تختلف عن كثافة السائل المراد قياس الضغط فيه اذا كان المطلوب قياس فرق الضغط بين نقطتين في أنبوب مائل عن الأفق بزاوية $\propto$ يتحرك من اليسار لليمين




يتناقص الضغط باتجاه الحركة

$$\Delta P = P_1 - P_2$$

نفترض الضغط موزع بانتظام على المقطع

نقوم بعمل ثقب في المقطع الأول وثقب في المقطع الثاني

نوصل المانومتر مع الوصلات بالانبوب بوصلات مطاطية

نطبق م.هـ.أ

$$P_A = P_B$$

$$P_A = P_1 + \rho g h_m$$

$$P_B = P_2 + \rho_m g h_m + \rho g h$$

$$P_1 + \rho g h_m = P_2 + \rho_m g h_m + \rho g h$$

$$\Delta P = P_1 - P_2 = h_m(\rho_m g - \rho g) + \rho g h$$

استخراج هذه العلاقة بشكل تفصيلي:

$$P_A = P_1 + \rho g h_m + \rho g h'$$

$$P_B = P_2 + \rho_m g h_m + \rho g h + \rho g h'$$

$$P_A = P_B$$

$$\Delta P = P_1 - P_2 = h_m(\rho_m g - \rho g) + \rho g h$$

عندما: $\rho_m > \rho$

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \rho_m g h_m$$

**ملاحظة**

اذا كان المطلوب قياس فرق الضغط بين نقطتين في أنبوب أفقي $\propto = 0$

يتحرك من اليسار لليمين

$$\rho_m = \rho$$

هنا يتم ربط المانومتر من الأعلى مستخدمين صمام لتغير الهواء داخل المانومتر

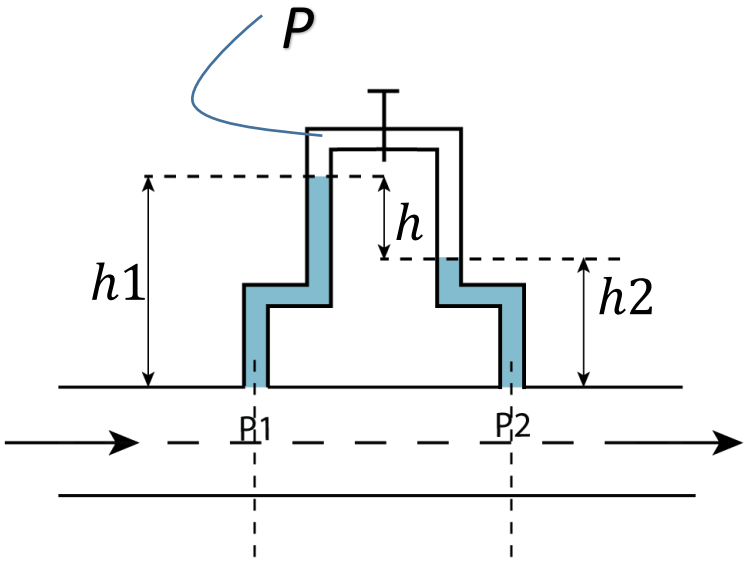
وظيفة الصمام تحجيم مجال القياس أوتكبيره

مثال:للماء يلزمنا لقياس الضغوط لارتفاعات كبيرة لذالك يتم ضغط الهواء للمانومتر وجعل قيمة $P$ اكبر من الضغط الجوي $P_a$ $< P$

في حالة الضغوط الصغيرة يصعب قياس $\Delta h$

$$P > P_a$$

لذالك نقوم بتخليته من الهواء فوق سائل المقياس ويكبر عندها مجال القياس




$$\Delta P = P_1 - P_2$$

$$P_1 = P + \rho g h_1$$

$$P_2 = P + \rho g h_2$$

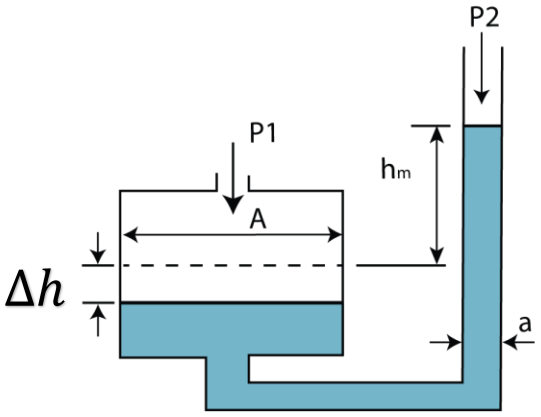
$$P_1 - P_2 = \rho g (h_1 - h_2)$$
$$= \rho g \Delta h$$

- <u>الميكرومانومترت:</u>

أجهزة تقيس الضغوط الزائدة (فروقها) الصغيرة جداً

مبدأعملها نفس مبدأ عمل المانومتر:

### i. المانومتر ذوالذراع الشاقولي:




يتألف من قسمين:

الأول: على شكل وعاء اسطواني مساحة مقطعه $A$

الثاني:على شكل أنبوبة شاقولية مساحة مقطعها $a$

$$A \gg a$$

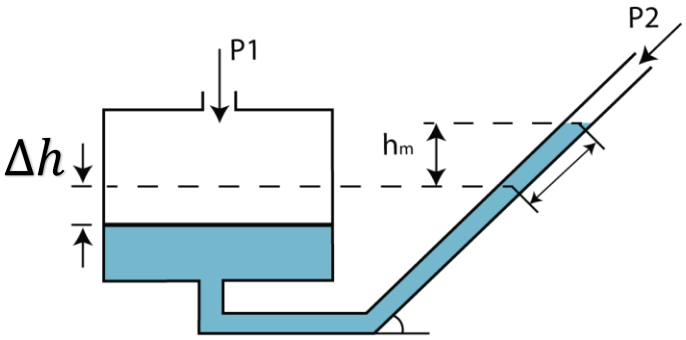
$$\Delta P = P_1 - P_2$$

تتم عملية القياس على أن حجم السائل الذي انخفض في القسم اليساري ارتفع في القسم اليميني

$$P_1 - P_2 = \rho_m g h_m$$

### ii. المانومترذوالذراع المائل بزاوية $\propto$:

$$h_m = h\sin(\propto)$$




يحسن دقة المقياس بمقدار

$$1/\sin(\propto)$$

$$P_A = P_1$$

$$P_B = P_2 + \rho_m g h\sin(\propto)$$

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \rho_m g h\sin(\propto)$$

## البارومترات:

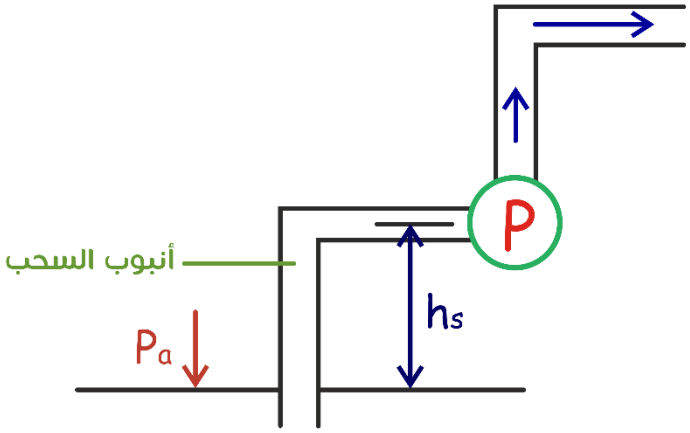
أجهزة تقيس الضغوط السالبة

كيف يتشكل الضغط الناقص

لماذا لا يمكن لمضخة أفقية أن تسحب الماء على ارتفاع

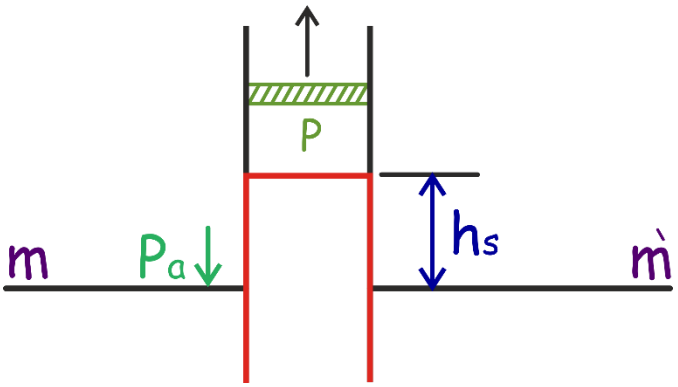
$$h_s = 10m$$

فسرها العالم توريشيلي:




توليد الضغط الناقص:

1) مبدأ المضخة الماصة: وهي عبارة عن أسطوانة بداخلها مكبس (أقلام الحبر – الحقن الطبية ...) هندسياً تسمى المضخة المكبسية




المطلوب برهان أن : $P_a > P$

نحدد مستوي قياس $mm'$ ونحدد النقطتين B و B′

$$P_B = P_{B'}$$

$$P_B = P_a$$

$$P_{B'} = P + \rho g h_s$$

$$P_a = P + \rho g h_s$$

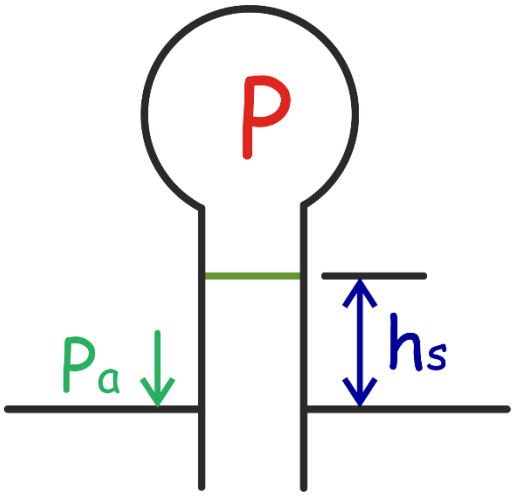
$$P = P_a - \rho g h_s \quad < \quad P_a$$

ارتفاع السحب :

$$h_s = -\frac{P_u}{\rho g} = \frac{P_a - P}{\rho g}$$

$$P_u = P - P_a < 0$$

2)<u>مبدأ مخلية الهواء:</u> ( القطارات العينية – اقلام الحبر) هندسيا ( سحب الموائع بدون مضخة) ويعتمد على تخلية الهواء فوق السائل فيتولد ضغط ناقص




نظريا نقوم بتخليته من الهواء بشكل كامل أي

$P \to 0$

نحصل على ارتفاع السحب الأعظمي عندما

$$h_s = \frac{P_a - P}{\rho g}$$

$$P \to 0$$

$$h_{s_{max}} = \frac{P_a}{\rho g} = \frac{10^4}{10^3} = 10 \ \ m$$

لاتستطيع أي مضخة أفقية أن تسحب عن عمق يزيد عن 10 أمتارحيث:

الضغط الجوي $P_a = 10^4 \ \ (kP/m^2)$

$$\gamma_{water} = \rho g = 10^3 \ \ (kP/m^2)$$

لاتستطيع أي مضخة أفقية أن تسحب عن عمق يزيد عن 10 أمتار

**نص توريشيللي:** لا نستطيع أن نسحب بأكثر مما يضغطه الضغط الجوي

**في المضخات إن ارتفاع السحب يكون أقل من $10m$ للأسباب التالية:**

*i.* ضغط أبخرة السّائل (المائع) الموافق لدرجة حرارة المائع $P_V$ (عند مدخل المضخة يصبح الضغط مساوياً لضغط التبخر) ظاهرة التكهف ←انقطاع في عملية السحب

$$h_s = \frac{P_a - P}{\rho g}$$

*ii.* فواقد الاحتكاك: حيث ينتج عن احتكاك السّوائل (الموائع)بجدران أنبوب السّحب وجدران المضخة فواقد احتكاكية تؤدي إلى ضياعات في قيمة الضغط تؤدي لنقصان $h_s$

*iii.* طراز وجودة لتصميمي المضخة (تؤثر في تحدد $P$) عند مدخلها

*iv.* نوع ودرجة حرارة المائع ( يؤثر على $P_V$)

*v.* موقع ومكان تركيب المضخة (يؤثر على $P_a$)

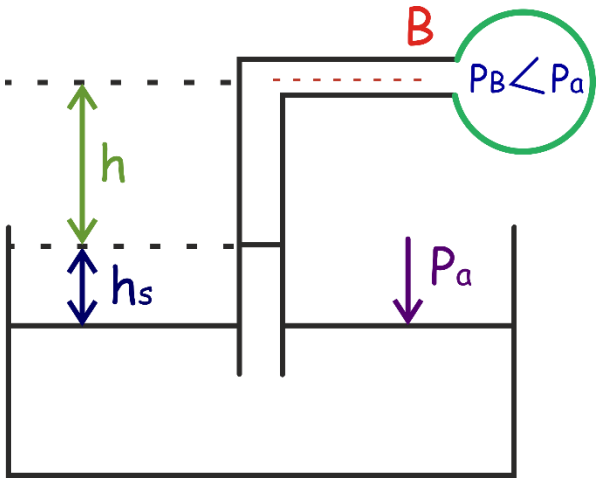
كل هذه العوامل تؤثر على ارتفاع السحب $h_s$

وبالتالي عملياً $h_s = 8m$

## البارومترات السّائلية:

### I. البارومترات ذوالذراع النازل:

يقيس الضغوط الناقصة في السّوائل الغازية



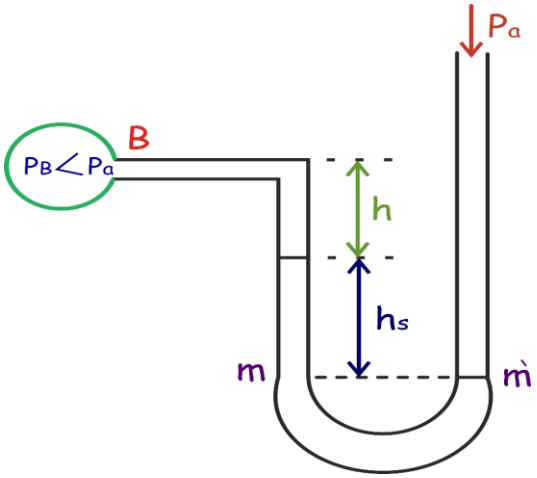

$$P_A = P_{A'}$$
$$P_{A'} = P_a$$
$$P_A = P_B + \rho g h + \rho_m g h_s$$
$$P_B = P_a - (\rho g h + \rho_m g h_s)$$
$$< P_a$$
$$P_{uB} = g(\rho h + \rho_m h_s)$$

عندما:

$$\rho \ll \rho_m$$
$$P_B = P_a - \rho_m g h_s$$

### II. البارومتر على شكل حرف $U$:

يستخدم هذا النوع لقياس الضغوط الناقصة الكبيرة نسبياً




$$P_A = P_{A'}$$
$$P_{A'} = P_a$$
$$P_B - P_a = \rho g h + \rho_m g h_s$$
$$P_{uB} = g(\rho h + \rho_m h_s)$$

**اختبار سائل المقياس:**

*a.* وفق مبدأ العمل
*b.* وفق الحساسة المطلوبة
*c.* وفق مجال القياس
مع الأخذ بعين الاعتبار الخاصية الشعرية .

**المواد المستخدمة لأجهزة القياس:**

*a.* ماء
*b.* كحول
*c.* زئبق

**واحدات قياس جديدة للضغط:**

نتيجة لمفهوم استخدام المانومترات والبارومترات: أدخلت على جملة القياس واحدات قياس جديدة

*A.* ارتفاع عامود السّائل:
عامود ماء

$$1mm \;\; wc = 1(kP/m^2) = 9.81(N/m^2)$$

عامود ماء Wc: water column

$$10 \;\; m \;\; wc = 10^4(kP/m^2)$$

$$1\frac{kP}{cm^2} \equiv Pa$$

$Pa$ ضغط جوي

عامود زئبق

$$3.6 \ \ mm \ \ Hg = 1(kP/m^2)$$

عامود زئبق :$hg$

علاقة تربط بين العامودين:

$$1 \ \ mm \ \ Hg = 13.6 \ \ mm \ \ wc = 1 \ \ Torr$$

تورشللي $Torr$

$B$.مضاعفات الباسكال

$$P_a = 1(N/m^2)$$

$$1 \ \ bar = 10^5 \ \ P_a = 1{,}02 \ \ at$$

$at$ ضغط جوي تكنيكي

$P_a$ باسكال

$$1 \ \ at = 10^4(kP/m^2) = 1(kP/cm^2)$$

$$1 \ \ at = 1.0333 \ \ atm$$

ضغط جوي فيزيائي $atm$

C.الضغط الجوي: هوعامود من الهواء الممتد حتى $8{,}2 \ \ km$ للأعلى عن سطح البحر

$$1 \ \ bar = 1\frac{kP}{cm^2}$$

عند سطح البحر $Pa = 760 \ \ mm \ \ Hg$

$$Pa = \rho gh$$

## حساب قوى ضغط السّائل على السطوح (الجدران)

نميز حالتين :

1. قوى ضغط السّائل تؤثر على السطوح المستوية (شاقولية – مائلة – أفقية)
2. قوى ضغط السّائل تؤثر على السطوح المنحنية (خزانات الوقود)

**الهدف :**

تحديد متانة الجدران و ذاللك بعد تحديد القوى المؤثرة من قبل السّائل على الجدران

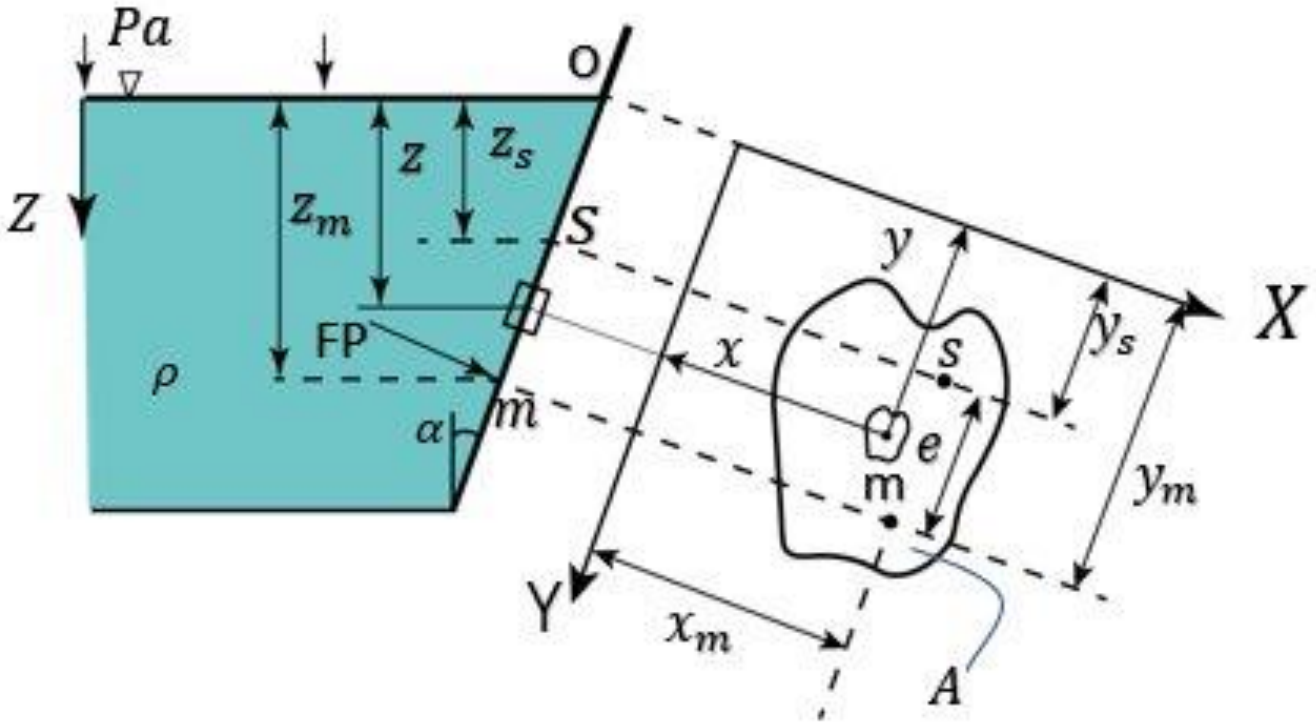
- **حساب محصلة قوى ضغط السّائل على السطوح المستوية:**

يلزم لتحديد أي قوة ثلاث عناصر أساسية :

1) القيمة
2) المنحى
3) نقطة التأثير

لنأخذ جدار مستوي مائل عن الشاقول بزاوية $\propto$

**والمطلوب :** حساب القوة المؤثرة على جزء منه مساحته $A$ ذو شكل اعتباطي (يظهر بشكل واضح عند تدوير الجدار بزاوية $90^o$ )




**خطوات الحل :**

i. نحدد $O$ مبدأ الاحداثيات بحيث تكون نقطة تقاطع السطح الحر للسائل مع الجدار أو ( امتداد )

ii. $z$ ↓ موجب للأسفل , $y$ موازياً أو منطبقاً على الجدار المدروس , $x$ عامودياً عليه و تظهر المحاور بعد التدوير $90^o$

iii. نحدد عنصراً سطحياً صغيراً $dA$ يقع على عمق $z$ من السطح الحر

iv. نحسب قوة الضغط العنصرية $dF_{P_0}$ التي تؤثر على $dA$

الحل :

من داخل السّائل : $P_a + \rho g z$

من خارج السّائل : $P_a$

$$dF_{P_0} = ((P_a + \rho g z) - (P_a))dA$$

$$dF_{P_0} = \rho g z \ \ dA$$

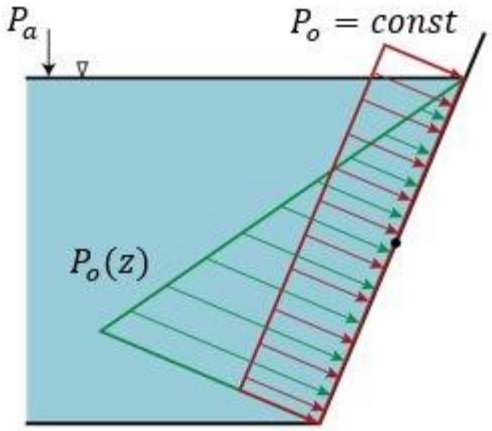
$$F_{P_0} = \int_A dF_{P_0} = \int_A \rho g z \ \ dA = \rho g \int_A z \ \ dA$$

بالرجوع إلى قانون عزوم السطوح الذي يحدد مركز الثقل $z_S$ للمساحة $A$

$$\int_A z \ \ dA = z_S \ \ A$$

$(S)$ مركز ثقل $A$

$(z_S)$ عمق مركز الثقل $A$




$$F_{P_0} = \ \ \rho g z_S \ \ A$$

وبالتالي :

- القيمة :

$$F_{P_0} = \ \ \rho g z_S \ \ A$$

- الاتجاه : دوماً عامودي على الجدار مهما كان شكله .
- منطقة تأثيرها : تؤثر هذه القوة في نقطة $M$ تسمى مركز الضغط احداثياتها $M(x_m, y_m)$

$$x_m = \frac{\text{العزم النابذ للسطح } A}{\text{العزم الستاتيكي له}} = \frac{\int_A xy \ \ dA}{y_s \ \ A} = \frac{J_C(X,Y)}{y_s \ \ A}$$

$$y_m = \frac{\text{العزم عطالة للسطح } A \text{ بالنسبة لـ } x}{\text{العزم الستاتيكي له}} = \frac{\int_A y^2 \ \ dA}{y_s \ \ A}$$
$$= \frac{J_x}{y_s \ \ A}$$

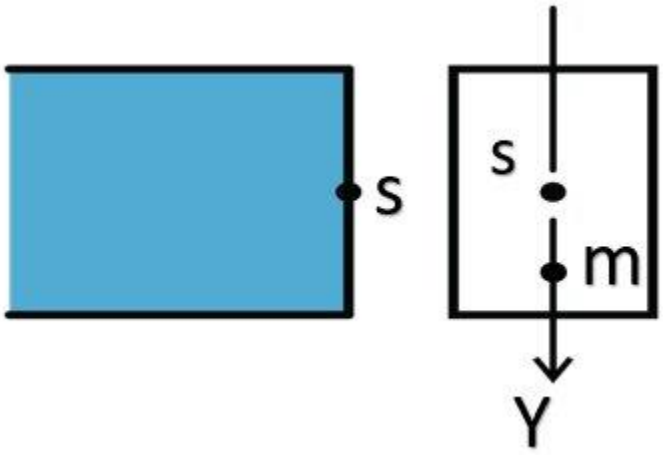
٧. تختار السطوح دوماً بحيث تكون أبعادها و أشكالها معرومة و منتظمة الأبعاد و بالعودة لقانون هويغنز : إن عزم العطالة لسطح ما حول محور $x$ لا يمر من مركز الثقل يساوي إلى عزم العطالة لهذا السطح حول محور يمر من مركز الثقل + جدار المساحة لهذا السطح مضروبة بمربع البعد بين المحورين

$$J_x = J_s + {y_s}^2 \ \ A$$

$$y_m = \frac{J_s + {y_s}^2 \ \ A}{y_s \ \ A} = y_s + \frac{J_s}{y_s \ \ A}$$

$$y_m - y_s = e = \frac{J_s}{y_s \ \ A}$$

ملاحظة: يتم الاكتفاء بتحديد $y_m$ فقط , و ذالك عند اختيار المحور $y$ كمحور تناظر للسطح المدروس $x_m = 0$




- القيمة : $F_{P_0} = \rho g z_s \ A$
- الاتجاه : هذه القوة عامودية على الجدار (من جهة السّائل باتجاه الخارج)
- نقطة تأثيرها : تؤثر هذه القوة بالنقطة $M$ تسمى مركز الضغط

$M$ تقع حتماً أخفض من $s$ لأن $J_s > 0 \ \leftarrow \ e > 0$

استنتاجات :

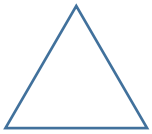
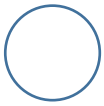
I. $\propto = 90^o$ الجدار أفقي و الضغط يتوزع بانتظام على كامل الجدار

$$F_P = \rho g H A$$

$$M \equiv S$$

$H$ ارتفاع السّائل

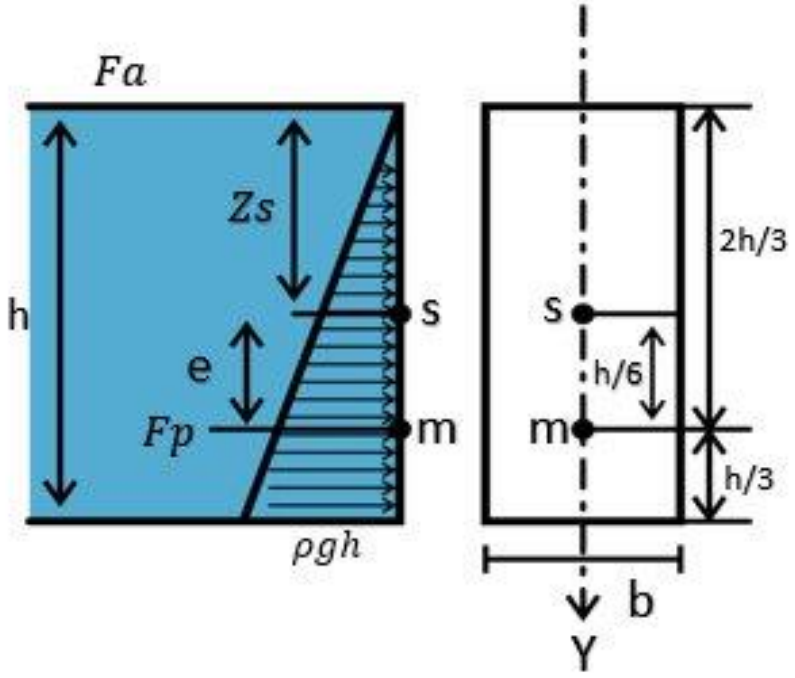
II. يجب معرفة عزم عطالة لبعض الأشكال الهندسية (المساحات الشهيرة)

| الشكل | عزم العطالي له |
|---|---|
| مربع | $J_s = \frac{a^4}{12}$ |
| مثلث  | $J_s = \frac{bh^3}{3}$ |
| مستطيل | $J_s = \frac{bh^3}{12}$ |
| دائرة  | $J_s = \frac{\pi R^4}{16} = \frac{\pi r^4}{4}$ |

III. من العلاقات السابقة نجد أن الزاوية $\propto$ لم تدخل في حساب $F_P$ أو $M$ أي لايوجد تأثير مباشر لميلان السطح على العلاقات السابقة

IV. $\propto = 0$ الجدار شاقولي :

**مثال** جدار يحجز مائع خلفه حتى ارتفاع $h$




- الحل التحليلي :

$$F_P = \rho g z_s \ A$$

$$z_s = y_s = \frac{h}{2}$$

$$A = h.b$$

$b$ العرض , $h$ الارتفاع

$$\rightarrow \quad dF_P = \rho g \frac{h^2}{2}.b$$

$$e = \frac{J_s}{y_s \ A} = \frac{bh^3}{12} * \frac{2}{h^2 \ b} = \frac{h}{6}$$

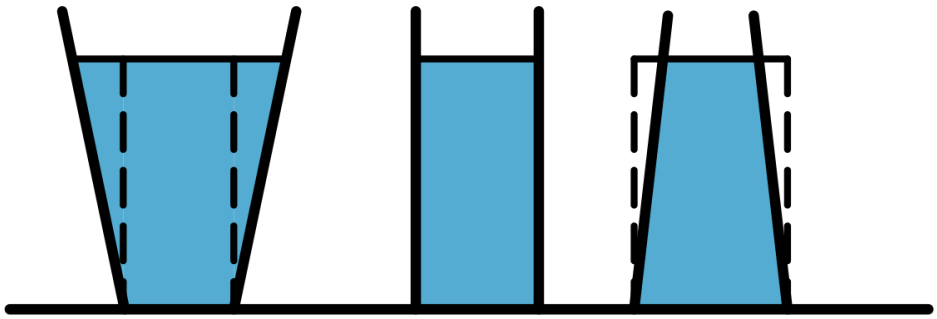
- الحل البياني :

نرسم مخطط توزع الضغط الزائد كما في الشكل

مساحة المثلث الناتج من الجدران و منحني توزع الضغط الزائد وتكافئ قيمة القوة $F_{P_o}$ وتؤثر بمركز ثقل المثلث الذي يبعد عن القاعدة بمقدار $\rho g \frac{h^2}{2}$ $\frac{h}{3}$

ملاحظة: طريقة الحل البياني تطبق على الجدار ( المائل – شاقولي – أفقي )

## V. التناقضة الهيدروستاتيكية :



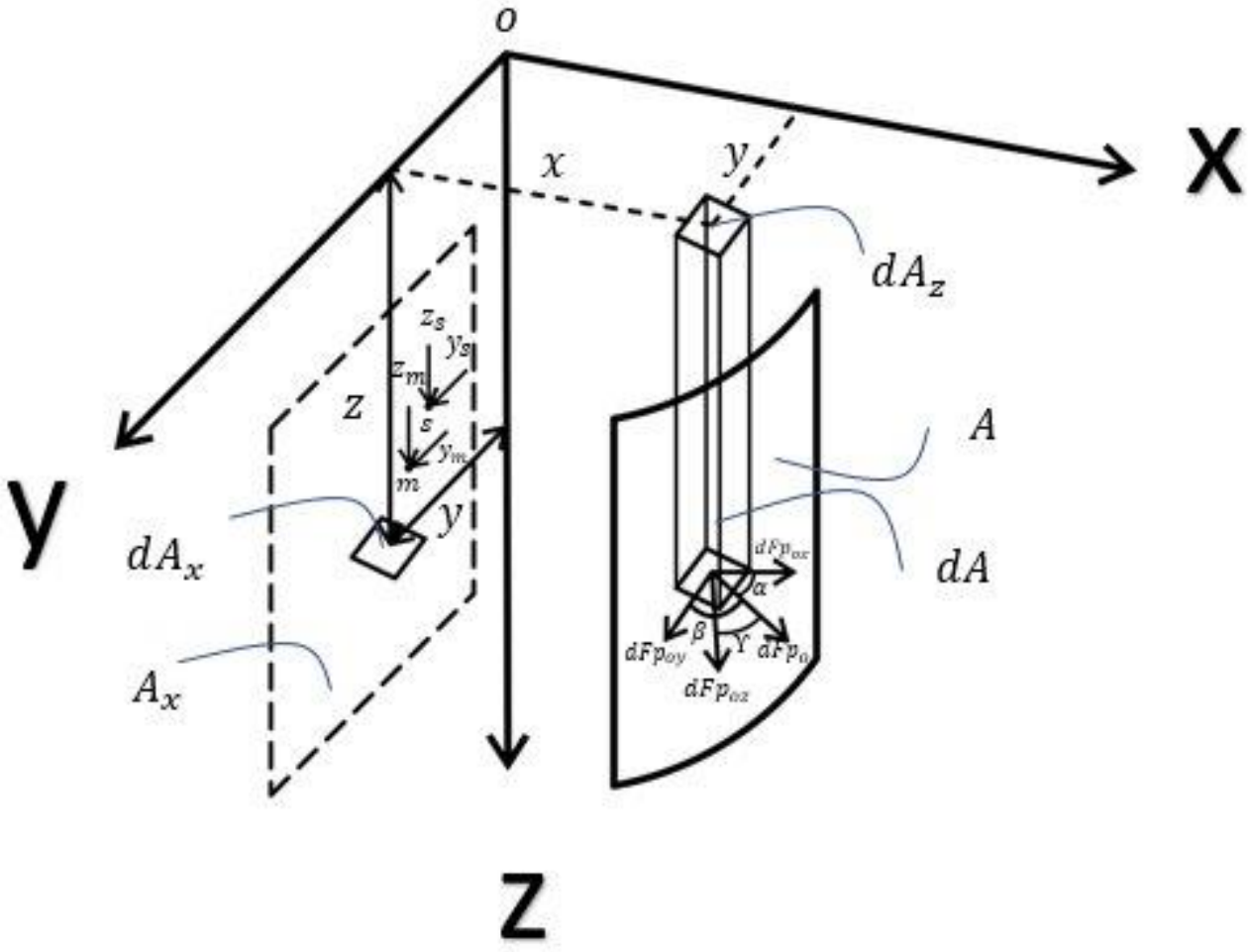
ليكن لدينا مجموعة من الأوعية كختلفة الأشكال و الأحجام يملأها نفس السّائل وعلى نفس الارتفاع و مساحة قعور هذه الأوعية متساوية تكون القوة التي تؤثر على قهور هذه الأوعية $F_{P_o}$ تكون لها نفس القيمة

$$F_{P_o} = \rho g h A$$

- **حساب قوى الضغط للسائل المؤثرة على السطوح المنحنية :**

في هذه الحالة السطح المدروس فراغي و لحساب محصلة القوى يجب تحديد ثلاث مركبات و هذه المركبات لا تقع بمستوي واحد و يمكن ألا تلتقي في نقطة واحدة
يتم ارجاعها إلى قوة محصلة + عزم

*i.* السطح المدروس متقوس الجدران:



المطلوب تحديد قوى الضغط التي تؤثر على المساحة المقوسة $A$

**الخطوات :**

1)نبدأ بتحديد مبدأ الاحداثيات

المستوي $x, y$ ينطبق على السطح الحر للسائل

$z$ موجب للأسفل ↓

هذا الجدار يحجز خلفه مائعاً

2)نحدد مساحة عنصرية $dA$ مقطعة من $A$ وتقع على عمق $z$ من السطح الحر

القوة العنصرية : عامودية على $P_a$

$$dF_{P_o} = \rho g z \ dA$$

نحلل القوة $dF_{P_o}$ إلى ثلاث مركبات باتجاه $z, y, x$ :

نسمي الزوايا $\Upsilon, \beta, \alpha$ بالترتيب

$$dF_{P_{ox}} = dF_{P_o} \cos(\alpha) = \gamma z \ dA \cos(\alpha) = \gamma z \ dA_x$$

$dA_x$ مسقط المساحة العنصرية $dA$ على المستوي yz مع المحور $x$

$$F_{P_{oy}} = dF_{P_o} \cos(\beta) = \gamma z \ dA \cos(\beta) = \gamma z \ dA_y$$

$dA_y$ مسقط المساحة العنصرية $dA$ على المستوي xz مع المحور $y$

$$F_{P_{oz}} = dF_{P_o} \cos(\Upsilon) = \gamma z \ dA \cos(\Upsilon) = \gamma z \ dA_z$$

$dA_z$ مسقط المساحة العنصرية $dA$ على المستوي xy مع المحور $z$

$$dF_{P_{ox}} = \gamma z \;\; dA_x \rightarrow F_{P_{ox}} = \int dF_{P_{ox}} = \int \gamma z \;\; dA_x$$

$$dF_{P_{oy}} = \gamma z \;\; dA_y \rightarrow F_{P_{oy}} = \int dF_{P_{oy}} = \int \gamma z \;\; dA_y$$

$$dF_{P_{oz}} = \gamma z \;\; dA_z \rightarrow F_{P_{oz}} = \int dF_{P_{oz}} = \int \gamma z \;\; dA_z$$

$$F_{P_{ox}} = \int_{A_x} \gamma z \;\; dA_x = \gamma \int_{A_x} z \;\; dA_x$$

و ليكن مسقط المساحة $A$ على المستوي yz $\perp x$ هو $A_x$

$z_s$ عمق مركز ثقل $A_x$

و بالعودة إلى قانون العزوم لتحديد مركزالثقل

$$\int_{A_x} z \;\; dA_x = \;\; z_s A_x$$

$z_s$ عمق مركز ثقل مسقط السطح $A$ على المستوي المتعامد مع $x$

$$F_{P_{ox}} = \gamma z_s A_x$$

**نتيجة:**

لأن مسألة حساب المركبة الأفقية لقوة ضغط على جدار منحني ما تتحول إلى مسألة حساب القوة على جدار مستوي مع استبدال السطح بمسقطه على المستوي المدروس $A_x$

تؤثر القوة $F_{P_{ox}}$ بالنقطة $M(y_m\ , z_m)$

$$y_m = \frac{\text{العزم النابذ للسطح } A_x}{\text{العزم الستاتيكي لـ } A_x} = \frac{J_c(y,z)}{z_s A_x}$$

$$z_m = \frac{\text{عزم العطالة } A_x}{\text{العزم الستاتيكي لـ } A_x} = \frac{J_y}{z_s A_x}$$

$$F_{P_{oy}} = \gamma {z_s}' A_y$$

تؤثر القوة $F_{P_{oy}}$ بالنقطة $M(y_m\ ', z_m')$

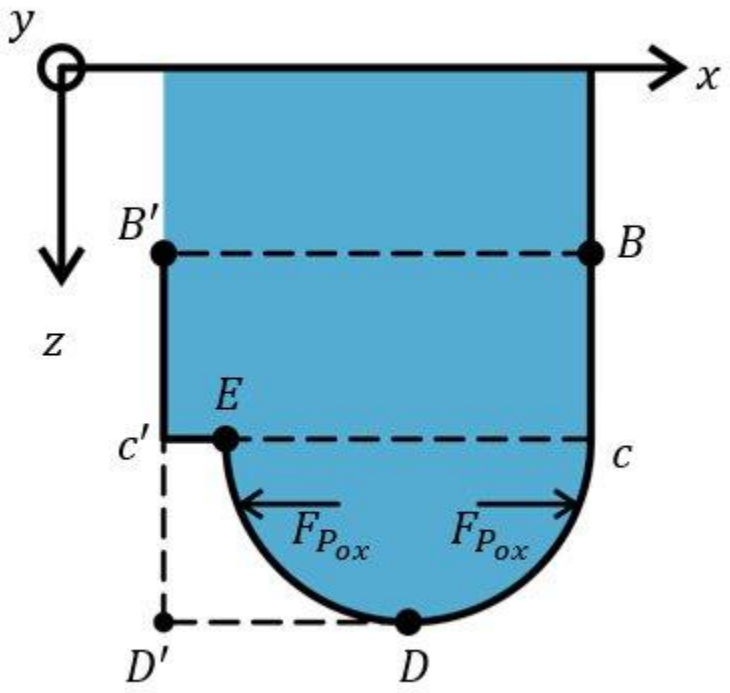
$$F_{P_{oz}} = \gamma {z_s}'' A_z$$

تؤثر القوة $F_{P_{oz}}$ بالنقطة $M(y_m\ '', z_m'')$

ملاحظة: باعتبار أن السطوح المقوسة تصنع بشكل منتظم إما كروية أو اسطوانية فنكتفي بحساب مركبة شاقولية واحدة فقط

ملاحظة : عند اسقاط السطوح المنحنية تهمل جميع المساقط المتطابقة حيث على هذه المساحات المتطابقة تؤثر قوى أفقية متوازنة تفني بعضها البعض

**مثال :** احسب قوى الضغط على الجدار :




ندرس فقط $B'C'$ أو $BC$ فقط بحكم أن الجدارين متناظرين

نحدد المركبة الشاقولية : $dF_{P_{oz}}$

$$F_{P_{oz}} = \int dF_{P_{oz}} = \int \gamma z \;\; dA_z = \gamma \int z \;\; dA_z = \gamma \int dV$$

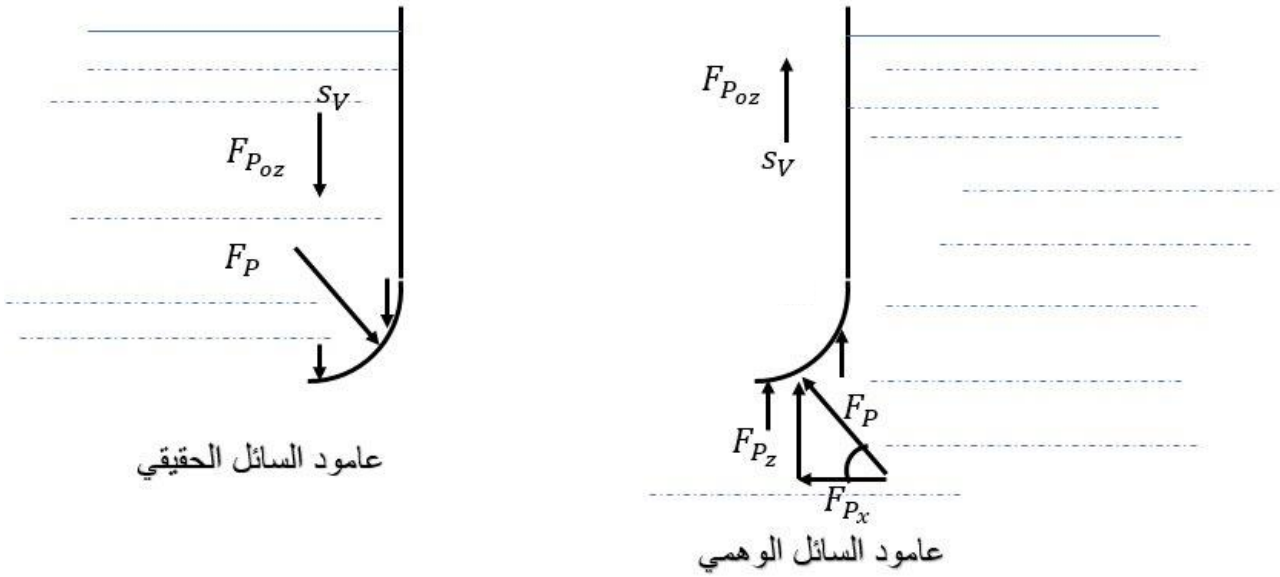
$dV$ حجم عامود السّائل القابع فوق السطح ذو المساحة $dA_z$ و ارتفاعه $z$

$$F_{P_z} = \gamma V$$

$V$ حجم السّائل الموجود فوق المساحة المدروسة $A$

$F_{P_z}$ وزن السّائل الموجود فوق السطح $A$

$F_{P_z}$ هذه القوة شاقولية تتجه للأسفل أو الأعلى حسب ما يكون عامود السّائل حقيقياً أو وهمياً و تمر من النقطة $s_V$ مركز ثقل الحجم




$$F_{P_x} = \rho g \;\; z_s \;\; A_x = \rho g \;\; z_s \;\; Rb$$

$$b = 1$$

$$F_{P_z} = \gamma V = \rho g V$$

$$F_P = \sqrt{{F_{P_x}}^2 + {F_{P_z}}^2}$$

$$\tan(\beta) = \frac{F_{P_z}}{F_{P_x}}$$

ملاحظة : نأخذ وزن السّائل القابع فوق المساحة المدروسة الممتد من السطح الحر

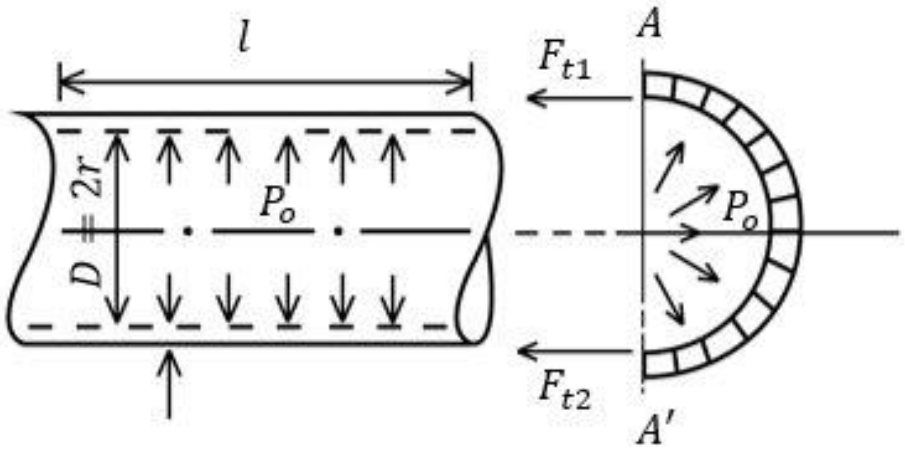
ملاحظة: محصلة قوى الضغط على جدار منحني $\left(F_{P_x}\ ,F_{P_y}\ ,F_{P_z}\right)$ لا تقع في مستوي واحد ولا يمكن ارجاع هذه القوى لمحصلة وحيدة إلا في الحالتين :

1) الجدار أو السطح جزء من كرة
2) الجدار أو السطح جزء من اسطوانة

**تطبيقات على حساب قوى الضغط على السطوح المنحنية :**

- تحديد متانة جدار لأنبوب معرض لضغط زائد $P_o$

نفرض أن الضغط الداخلي للسّائل المار (الموجود) في الأنبوب $P_o$ و القطر الداخلي للأنبوب $D = 2r$ و سماكة جدار الأنبوب $\delta$



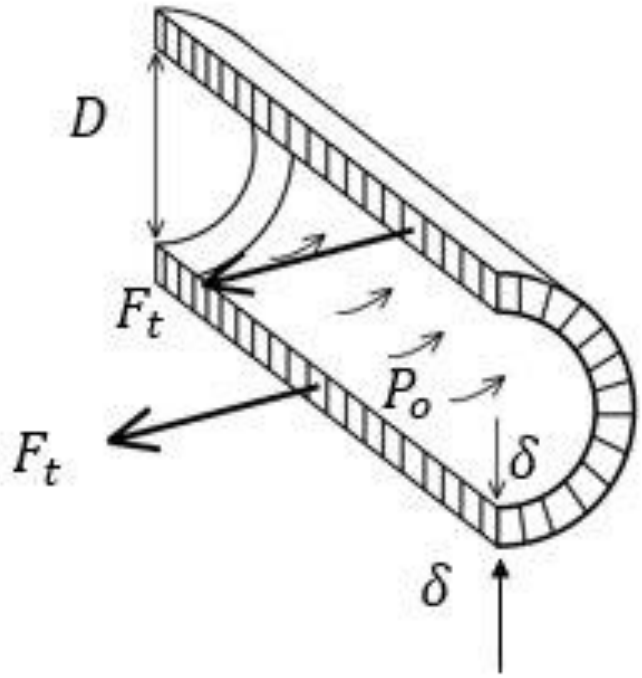
المطلوب تحديد الإجهادات الذي يتعرض له هذا الأنبوب نتيجة نتيجة تطبيق الضغط $P_o$

سوف يتعرض الأنبوب لعملية تمزق

حيث ينشأ قوى شد $F_{t1}$ ، $F_{t2}$

إن : هاتين القوتان متساويتان $F_{t1} = F_{t2} = F_t$ اذا كان قطر الأنبوب صغير و السماكة متجانسة

قبل عملية التحطم : قوة الضغط التي يؤثر بها السّائل على الأنبوب من أجل شريحة طولها $l$ و قطرها $D$



$$P = \frac{F}{A}$$

$$\rightarrow F_P = P_o \;\; Dl = P_o \;\; l \;\; 2r$$

هذه القوة يجب أن تتوازن مع قوة الشد

$$F_P = F_{t1} + F_{t2} = 2F_t$$

و الاجهاد الناتج عن تأثير قوة الشد $F_t$

$$\sigma = \frac{F_t}{\delta l} \;\; \rightarrow F_t = \sigma \;\; \delta l$$

بالتعويض في علاقة التوازن

$$2 \;\; \sigma \;\; \delta l = P_o \;\; L \;\; 2r$$

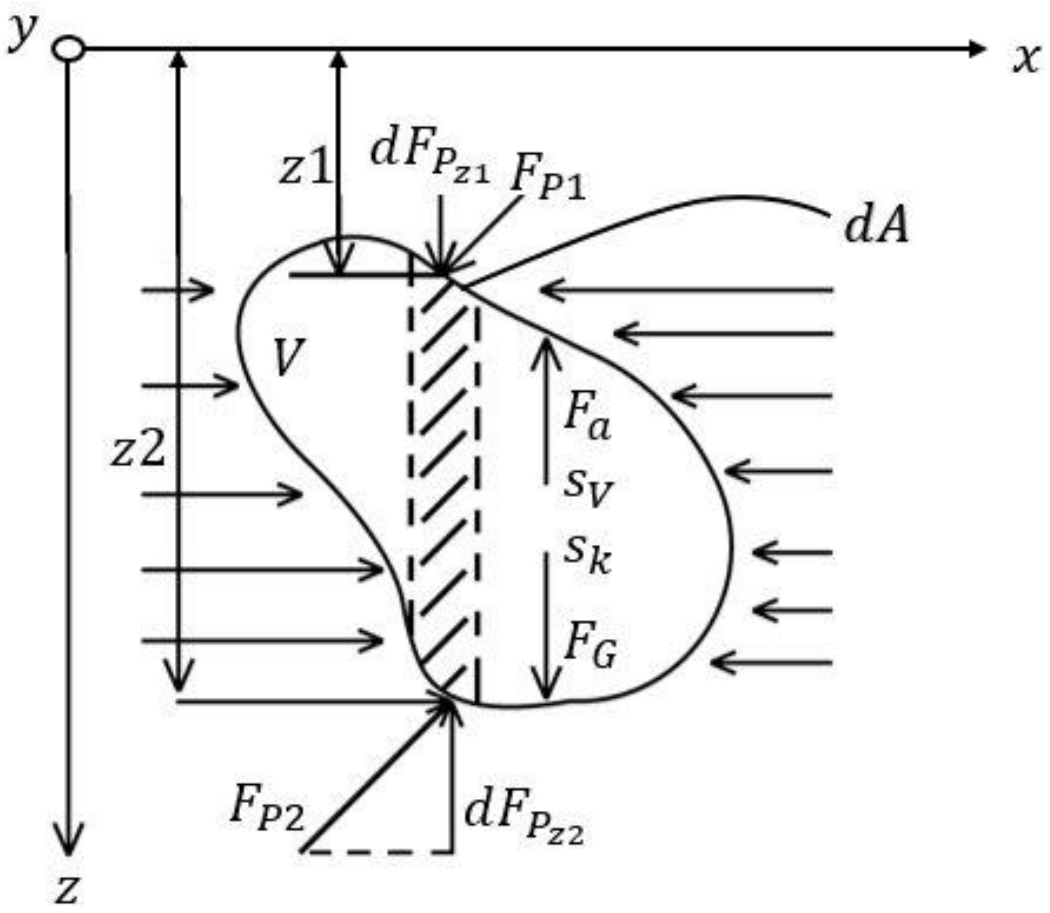
$$rP_o \;\; = \sigma \;\; \delta$$

$$\rightarrow \;\; \sigma = \frac{rP_o}{\delta}$$

يحدث تحطم للأنبوب عندما $\sigma \;\; > \;\; \sigma_0$

$\sigma_0$ الاجهاد المسموح به

## قوة الرفع الهيدروستاتيكية – قوة الطفو (دافعة أرخميدس )




- ليكن لدينا جسم مغمور في السّائل شكله اعتباطي حجمه $V$ و وزنه $F_G$ ( قبل غمره بالماء )

و المطلوب : تحديد قوى الضغط التي يتعرض لها الجسم المغمور

نحدد ثلاث مركبات $F_{Pz}$ , $F_{Py}$ , $F_{Px}$

و من خلال إسقاط سطوح الجسم باتجاه المستويات المتعامدة مع كل $x$ , $y$

نجد أن مساقط هذه السطوح متقاطعة و تؤثر عليها قوى متساوية و متعاكسة نستنتج أن القوة الأفقية معدومة $F_{Px} = F_{Py} = 0$

- كل جسم مغمور كلياً أو جزئياً لن يتعرض لأية ازاحة أفقية لأن محصلة الضغط الأفقية معدومة
- الجسم المغمور يتعرض لتأثير قوتين :

**الأولى:** وزن الجسم $F_G$ و تمر من $s_k$ مركز ثقله و تتجه دوماً للأسفل
**الثانية :** قوة الرفع الهيدروستاتيكية شاقولية للأعلى

$$dF_{P_{z1}} = \rho g \;\; z1 \;\; dA$$

$$dF_{P_{z2}} = \rho g \;\; z2 \;\; dA$$

تؤثران على المساحة $dA$

**قوة الرفع الهيدروستاتيكية :**

$$dF_{P_z} = dF_{P_{z2}} - dF_{P_{z1}} = \rho g(z2 - z1)dA = \rho g \;\; dV$$

$$dF_{P_z} = \int_V \rho g \;\; dV = \rho g \;\; V = F_a$$

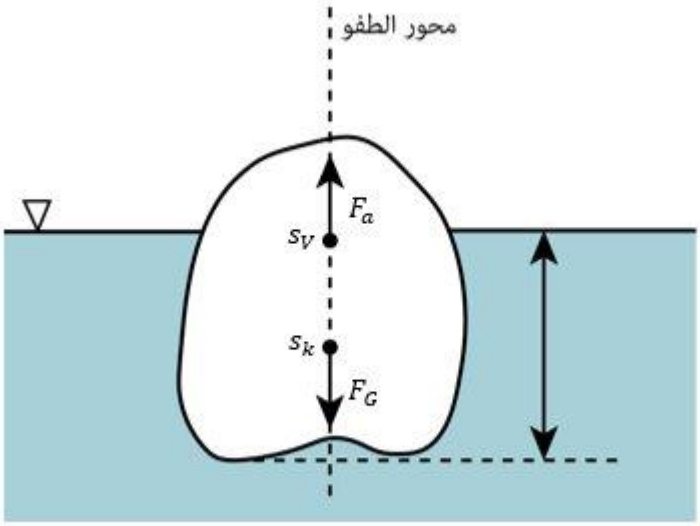
$F_a$ تؤثر في $S_V$ مركزثقل الحجم المزاح

$V$ الحجم المزاح ( حجم السّائل المزاح = حجم الجسم المغمور )

نتيجة : أي جسم مغمور كلياً أو جزئياً داخل سائل (غاز – مائع ) يتعرض لقوة رفع شاقولية يسمى دافعة أرخميدس أو قوة الطفو

و هذه القوة تساوي : وزن السّائل المزاح $F_a$ و تتجه دائماً للأعلى

وتمر من مركز ثقل السّائل المزاح ( الحجم المزاح )



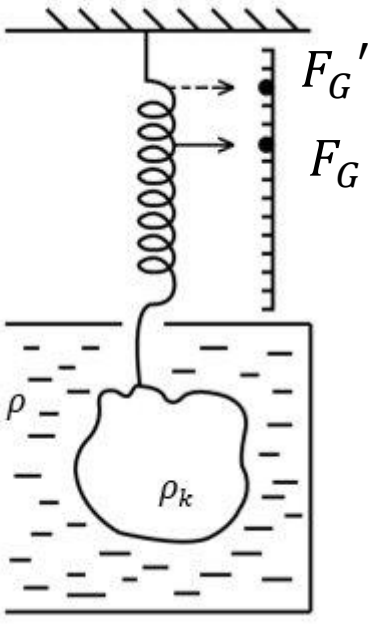

أي أن محصلة قوى الضغط المؤثرة على جسم مغمور كلياً بمائع لا تزداد مع العمق بل تساوي وزن السآئل المزاح

**استنتاجات :**

a)كل جسم مغمور في السّائل سوف يفقد جزءاً من وزنه الظاهري يساوي إلى قوة الطفو بحيث $F_G$ وزن الجسم في الهواء بعد غمره بالسّائل

$$F_G{}' = \quad F_G - F_a$$

$F_G{}'$ الوزن الظاهري للجسم




b)بناء على الوزن الظاهري تم تصميم جهاز لقياس كثافة جسم ما اعتماداً على مفهوم الوزن الظاهري يسمى الهيدرومتر حيث يتم تعليق الجسم المراد حساب كثافته بنابض نحدد $F_G$
نقوم بغمر هذا الجسم في سائل موضوع في وعاء كثافته $\rho$
نقيس وزن هذا الجسم بعد غمره بالسّائل

المطلوب تحديد $\rho_k$

$$F_G{}' = \quad F_G - F_a$$

$$F_a = \rho g V$$

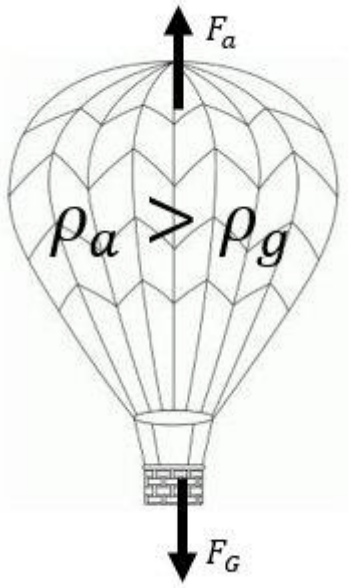
$$V = \frac{F_G}{\rho_k \quad g}$$

$$F_G{}' = \quad F_G - \rho g \frac{F_G}{\rho_k \quad g}$$

$$\rho_k = \frac{\rho F_G}{F_G - F_G{}'} = \frac{\rho F_G}{F_a}$$

**ما هو الثقل الذي يمكن أن يتحمله منطاد حجمه $V$**

يمكن تبسيط المسألة بأن نتصور منطاد له شكل معين و حجمه الاجمالي $V$ ونفترض $F_G$ ثقل على المنطاد رفعه




يوجد داخل المنطاد غاز كثافته $\rho_g$ و كثافة الهواء $\rho_a$

كلما ارتفع المنطاد للأعلى يجب أن تقل $F_a$ لأن $\rho_a$ تنقص بالارتفاع

الثقل $F_G$ يتضمن الأحمال الفعلية و وزن كتلة الغلاف للمنطاد و سلة التحميل

عند صعود المنطاد تنشأ دافعة أرخميدس ↑ $F_a$ للأعلى و يجب أن يتحقق $F_a > F_G$

و علينا تحقق هذه العلاقة بالتحكم بقيم $F_a$ , $F_G$
و كثافة الغاز $\rho_a > \rho_g$ و إلا لن يرتفع ( تستخدم الغازات قليلة الكثافة أو نقوم بتسخين الهواء )

و بالتالي الثقل الذي يرفعه المنطاد

$$F_a = F_G + F_g$$

$$F_G = F_a - F_g = V(\rho_a - \rho_g)$$

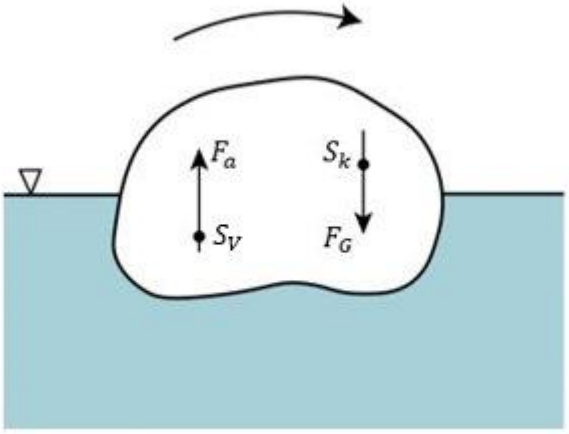
$F_g$ وزن الغاز بداخله

نجد أن الثقل مع وزن الغاز الداخلي يتعادل مع دافعة أرخميدس
و لكي يصعد المنطاد نزيد الحجم و كتلة الغاز لا تتغير و لانزاله نصغر الحجم أو نقوم بتبريد الهواء بداخله

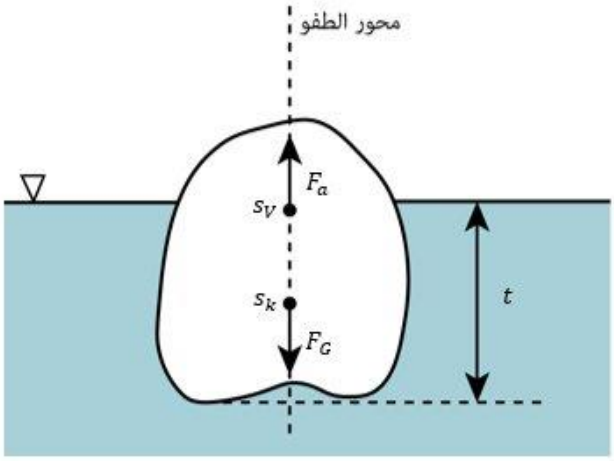
- ملاحظة : غالبية المناطيد الرياضية تستخدم الهواء المسخن ولا تتعلق قوة دافعة ارخميدس بمادة الجسم المغمور

- **شرط الطفو المتوازن :**

نفترض جسم ما مغمور كلياً أو جزئياً حيث هذا الجسم سيتعرض لقوتين
الأولى $F_G$ و اتجاهها للأسفل و تؤثر في $S_k$
الثانية $F_a$ اتجاهها للأعلى و تؤثر في $S_V$



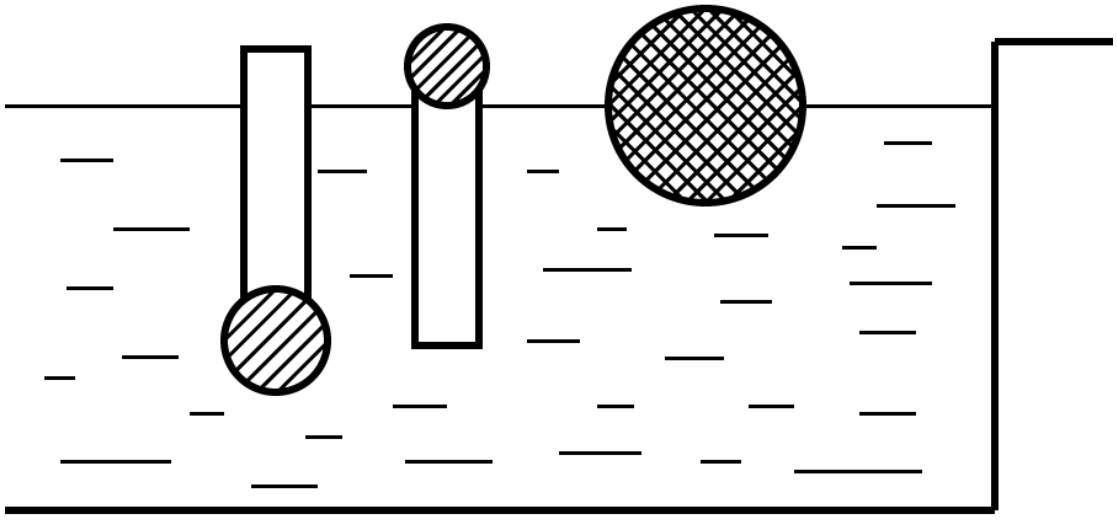

- كما هو مبين بالشكل نميز أن $F_a = F_G$
و لكنه جسم طافي غير متوازن لأن مراكز تأثير هذه القوتين تقعان على منحيين مختلفين حيث في هذه الحالة ستؤدي إلى عزم مزدوجة لقلب الجسم و بالتالي الجسم سيدور و لن يطفو متوازناً




- ويطفو الجسم متوازناً فقط في الحالة التالية $F_a = F_G$ و لكن مراكز تأثيير هاتين القوتين يقعان على محور واحد يسمى محور الطفو يكون شاقولياً كما في الشكل

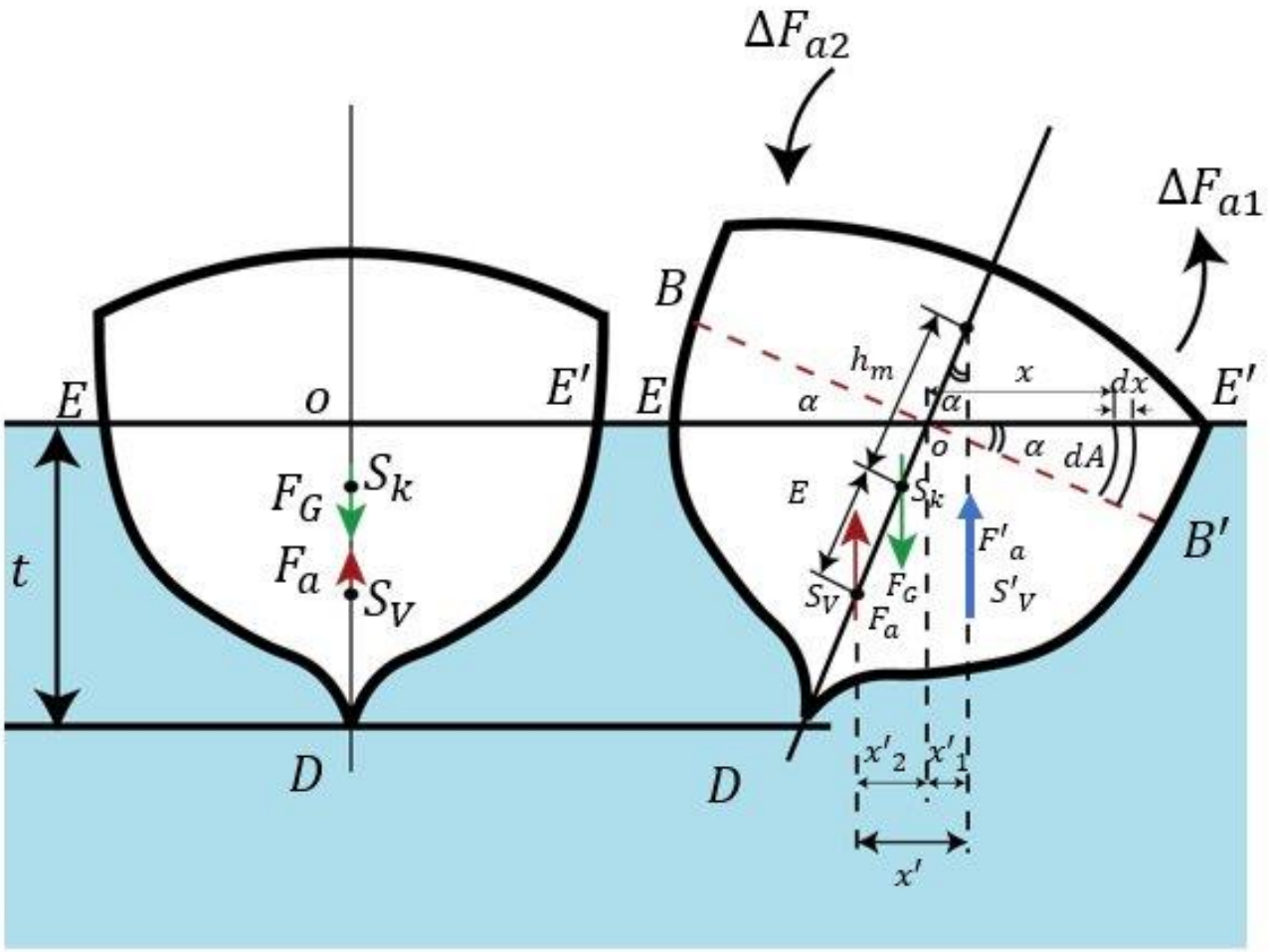
- نتيجة الشرط اللازم و الكافي ليطفو جسم مغمور جزئياً أو كلياً بشكل متوازن هو أن تكون $F_a = F_G$ و أن يكون محور الطفو شاقولياً
- عندما $F_a > F_G$ و مراكز تأثير هاتين القوتين على نفس المحور يطفو الجسم للأعلى و يصغر الغاطس أو ينعدم (بالون مغمور بالماء سيطفو كله للأعلى )
- عندما $F_a < F_G$ الجسم سيطفو للأسفل و قد يغرق و لكن تبقى حلة الطفو المتوازنة محققة

- ليست جميع وضعيات الطفو المتوازن للجسم تحقق الطفو المتوازن المستقر يمكن أن تكون هنالك طفو متوازناً و لكن إما أن تكون قلقاً أو مستقراً أو مطلقاً



- عملياً كل جسم يمكن أن يطفو بوضعيات مختلقة و عديدة و تكون حالة توازنه في معظمها مقلقة بينما لا توجد سوى وضعيات وحيدة تحقق حالة الطفو المتوازن المستقر و تتميز بأنه إذا أثرنا على الجسم يقوى أو عزوم معينة تزيحه عن وضعية توازنه فانه يعود لحالة توازنه الأصلية و يبقى متوازناً بعد إزالة التأثير أما إذا كان في حالة توازن قلق فان تأثير هذه القوى يؤدي إلى أن يفقد الجسم توازنه

- **معيار التأكد من حالة الطفو المستقر :**




- لنعتبر جسماً (سفينة مثلاً) طافية على السطح الحر للسائل بحيث أن حجم الجسم المغمور $V$ و $F_G$ وزن الجسم و $F_a$ دافعة ارخميدس تمثلان قوتين متضادتين و متساويتين بالقيمة
نسمي المستوي من السّائل المتقاطع مع الجسم بـ مستوي الطفو كما نسمي مقطع الجسم الواقع ضمن هذا المستوي بـ سطح الطفو

$a$)إذا قمنا بزيادة الغاطس ( إزاحة شاقولية للأسفل ) فان حجم السّائل المزاح سيزداد و تزداد $F_a$ و الجسم يعود لوضعية توازنه

$b$)و لتصل لنفس النتيجة عند انقاص الغاطس $\leftarrow F_G > F_a$ أي في كلا الحالتين حالة توازن مستقر أي بالنسبة لازاحة شاقولية للأعلى أو للأسفل ( محصلة القوى الناشئة تعيده إلى وضعية توازنه الأصلي

$c$) إذا دورنا الجسم حول محور الطفو فان $F_a$ لن تتغير و لا تتغير وضعية الجسم فهذه الازاحة ليست معياراً لوضعية التوازن

$d$)إزاحة الجسم بالاتجاه الطولي أو العرضي أيضاً لا يقودنا إلى تحديد المعيار الذي نحكم على أساسه كون الطفو مستقراً أم لا

$e$)ندور الجسم حول محوره الطولي أو العرضي بزاوية $\alpha$ صغيرة إذا عاد هذا الجسم لوضعية طفوه فان طالة الطفو هي حالة طفو مستقر

- يتوجب علينا تحديد العلاقة الرياضية لتحديد حالة الطفو المستقر

قبل التدوير كان الحجم المغمور $BDB'$ هو $V$

و $F_a$ تؤثر في $S_V$ $(F_a = \gamma V)$

بعد التدوير فان جزءاً جديداً حجمه $\Delta V1$ $(B'E'o)$ يغطس في الماء فتؤثر عليه قوة طفو موجب للأعلى

$$\Delta F_{a1} = \gamma \ \Delta V1$$

وبنفس الوقت يبرز جزأ آخر من الجسم $BEo$ حجمه $\Delta V2$ يؤدي لخسارة في $F_a$ و نعتبرها شاقوليه للأسفل

$$\Delta F_{a2} = \gamma \ \Delta V2$$

نعتبر $dA$ عنصر سطحي من سطح الطفو $A$ يقع على بعد $x$ من محور الدوران

مع ملاحظة أنه بعد عملية التدوير تؤثر قوة دافعة ارخميدس جديدة مركزها $S_V'$ لها نفس قيمة $F_a$ ( أي فقط عملية ازاحة $S_V \leftarrow S_V'$ ) و ذالك لأن حجم الجزء الذي برز يساوي حجم الجزء الذي غمر نتيجة التدوير باعتبار أن محور الدوران يمثل محور ثقالة بالنسبة لسطح الطفو

حجم السّائل المزاح يبقى نفسه أي

$$V(BB'D\ ) \equiv V(EE'D)$$

ولكن القوة $F_a'$ بعد التدوير تبعد عنمحور الطفو مسافة $x1'$ وقبل التدوير تبعد $F_a$ عن محور الطفو بـ $x2'$

القوة $F_a$ انزاحت بمقدار $x' = x1' + x2'$

و بما أن القوة $F_a'$ تبقى محافظة على قيمتها و تساوي

$F_a' = F_a$ فان القوة $F_a'$ و المؤثرة في $S_V'$ مع القوة $F_G$ المؤثرة في $S_k$ تشكلان مزدوجة تصحيح تعيد الجسم لوضعية توازنه

نمدد خط تأثير $F_a'$ فيلتقي مع محور الطفو في $M_c$ و اسمى بـ مركز الطفو المستنتج

و نسمي البعد بينها و بين $S_k$ : $\overline{M_cS_k} = h_m$ بارتفاع مركز الطفو المستنتج

فإذا لاحظنا بأنه في حالة التوازن المستقر فان $M_c$ تقع أعلى من $S_k$ ← شرط الطفو المستقر يتركز على تحديد مكان $M_c$ من $S_k$

$h_m > 0$ طفو مستقر

$h_m < 0$ طفو غير مستقر

بتطبيق قانون العزوم بالنسبة لمحور الدوران $o$:

(عزم المحصلة للقوة $F_a'$ الموثرة في $S_V'$ = عزم $F_a$ المؤثرة في $S_V$ + عزم القوتين $\Delta F_{a1}$ و $\Delta F_{a2}$ مع اعتبار الاتجاه الموجب عكس عقارب الساعة)

$$F_a' \ x1' = -F_a \ x2' + \Delta F_{a1} \ x + \ \Delta F_{a2} \ x$$

$$\gamma V \ x1' \cong -\gamma V \ x2' + \ \gamma \int_{oB'E} (x \ \alpha \ dA)x + \ \gamma \int_{oBE} (x \ \alpha \ dA)x$$

باعتبار

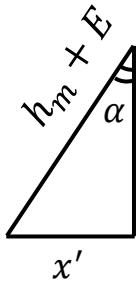
$$V(BB'D \ ) \equiv V(EE'D)$$

$$x' = x1' + x2'$$

وبأخذ التكامل على كامل سطح الطفو :

$$V \ x' = \ \alpha \int_A x^2 dA = \ \alpha J_0$$

$$x' = \frac{\alpha J_0}{V}$$




$J_0$ عزم العطالة لسطح الطفو $A$ بالنسبة لمحور الدوران $o$ و باعتبار $\alpha$ صغيرة

$$\sin(\alpha) = \frac{x'}{h_m + E}$$

$$x' = (h_m + E)\sin(\alpha) \cong (h_m + E)\alpha$$

$$(h_m + E)\alpha = \frac{\alpha J_0}{V}$$

$$h_m + E = \frac{J_0}{V}$$

$$h_m = \frac{J_0}{V} - E$$

$E$ البعد بين $S_k$ و $S_V$ أي $E = \overline{S_V S_k}$

ومنه النتيجة التالية :

$h_m > 0 \leftarrow E < \frac{J_0}{V}$ أي $M_c$ يقع أعلى من $S_k$ و بالتالي طفو مستقر

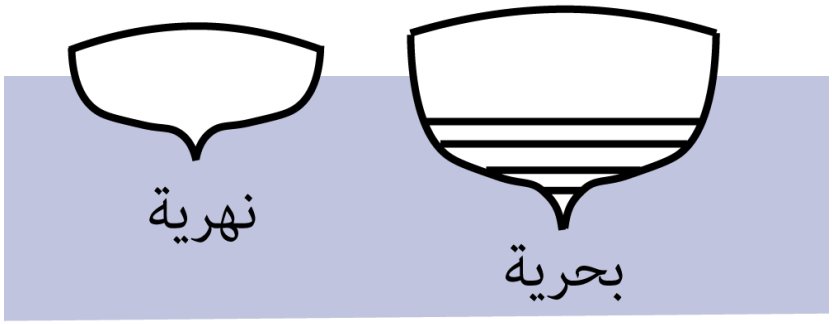
$h_m < 0 \leftarrow E > \frac{J_0}{V}$ أي $M_c$ يقع أخفض من $S_k$ و بالتالي طفو غير مستقر (قلق)

**استنتاجات :**

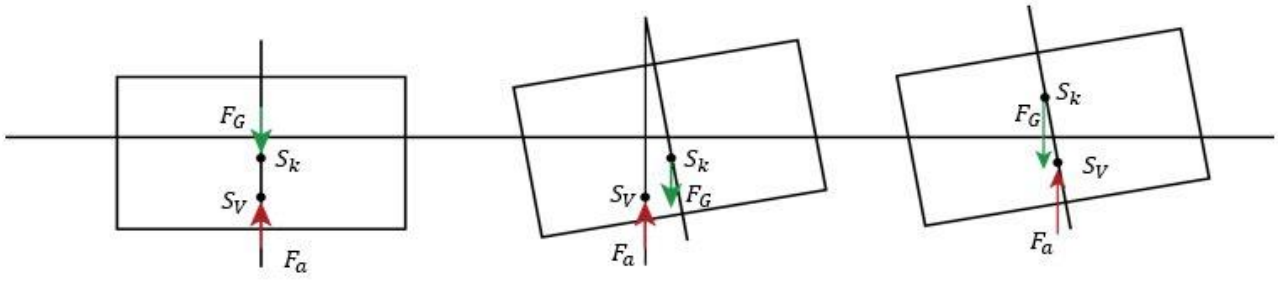
1. $\alpha$ زاوية التدوير لا تؤثر على $h_m$ طالما هي صغيرة
2. الطفو المستقر يتعلق بعوامل تصميمية : شكل الجسم المتعلق بـعزم عطالة سطح الطفو $J_0$ – الغاطس – الحجم $V$ – الوزن الاجمالي للجسم
3. كلما كان موقع $S_k$ أكثر انخفاضاً كلما كان الجسم أكثر استقراراً (عندها يتحمل زوايا دوران أكبر دون أن ينقلب )

في بناء السفن يكون الشكل وأحياناً موقع مركز الثقل $S_k$ للسفينة العامل المحدد لطفو السفينة حيث في السفن النهرية تمتاز أن

الغاطس صغير ولكن سطح الطفو كبير بحيث نضمن أن يكون $J_0$ كبيراً لنضمن الاستقرار




4. في حالة السفن البحرية التجارية فان استقرار توازنها يتحدد بسبب أن مركز ثقلها منخفض جداً بسبب وضع الآلات و المحركات و الحمولات الثقيلة في قاع السفينة
5. أما زوارق السباق فتجهز بكتلة معدنية من الرصاص لنضمن أن مركز الثقل يقع دوماً أخفض من $M_c$ ولا ينقلب إلا اذا دار بزاوية $180^o$



## توزع الضغط في سائل مهمل الوزن – قانون باسكال

- في حالات عملية عديدة يمكن اهمال $F_G$ مقارنة مع قوى الضغط $F_P$ وذالك عندما تفرض على السّائل ضغوط كبيرة و عالية جداً

انطلاقاً من م.هـ.أ :

$$dP = -\rho g dz$$

$$P = const \quad \leftarrow dP = o$$

$g \to 0$ صغيرة

$F_G = 0$ مهملة

$$\Delta P = P_1 - P_2 = 0$$

- **نص قانون باسكال :**

عندما لا تؤثرعل سائل متوازن قوة الثقالة أو أية قوة حجمية أخرى فانن الضغط في كافة نقاط السّائل و في كافة الاتجاهات تكون له نفس القيمة الثابتة

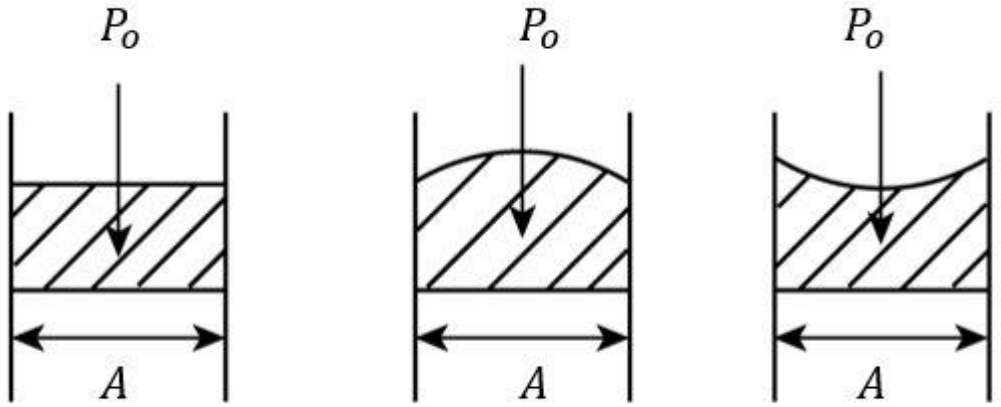
ونحن نعلم أنه ضمن تعريف م.هـ.أ فرق الضغط يتعلق بالارتفاع الشاقولي

أما في قانون باسكال (شبيه الاجهاد الهيدروستاتيكي ) حيث للضغط $P$ قيمة واحدة في كافة الاتجاهات و كافة النقاط

**نتائج:**

1. قانون باسكال يمثل حالة خاصة لـ م.هـ . أ أو عندما $g \to 0$ يكون $F_P \gg F_G$

2. قوة الضغط المؤثرة على قاعدة مكبس تتعلق فقط بمقطع قاعدة المكبس المتعامد مع اتجاه القوة و ليس بشكل هذه القاعدة



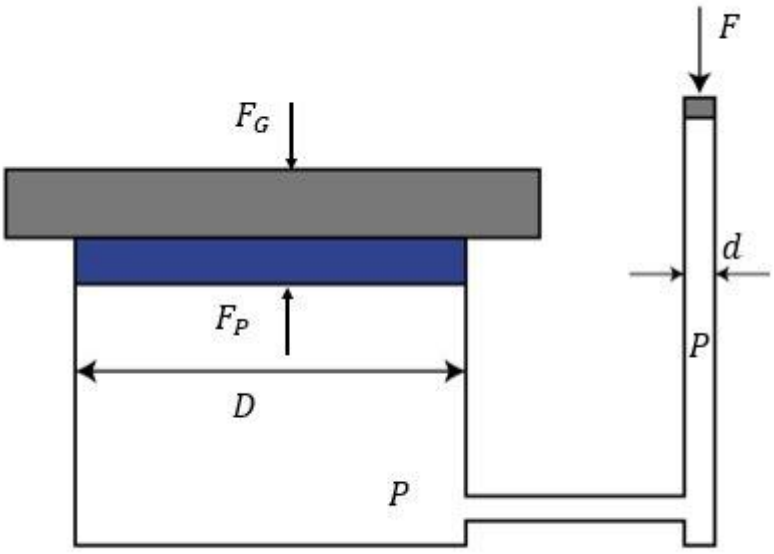

3. للسوائل ميزة هامة بأنها تستطيع تخزين قوى الضغط و تحريرها عند الحاجة لتوليد قوى ضغط كبيرة و مفيدة إذا ما تم اختيار سطوح المقاطع بشكل مناسب فمن الممكن عن طريق التأثير بقوى صغيرة الحصول على قوى كبيرة و تنعكس هذه الميزة بتطبيقات عديدة وهامة منها : المكبس الهيدروليكي – دارة كبح السيارات – الرافعة الهيدروليكية

- **مبدأ العمل :** التأثير بقوة صغيرة $F$ لاحداث ضغط $P$ ينتقل هذا الضغط بموجب ق . ب (قوة باسكال) و يتوزع بالتساوي في كافة النقاط و يولد قوة كبيرة $F_P$ تستخدم لرفع ثقل ما $F_G$ لمسافة و لتكن $h$

$$P = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}}$$

$$F_P = P\frac{\pi D^2}{4} = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}}\frac{\pi D^2}{4}$$

$$F_P = F\left(\frac{D}{d}\right)^2$$



## توازن سائل في حقل قوى عام
## المعادلة الهيدروستاتيكية العامة

سائل يتعرض لقوة حجمية فراغية بالاضافة إلى قوى ضغط

**قوة العطالة** : تسارع خطي $\vec{b}$

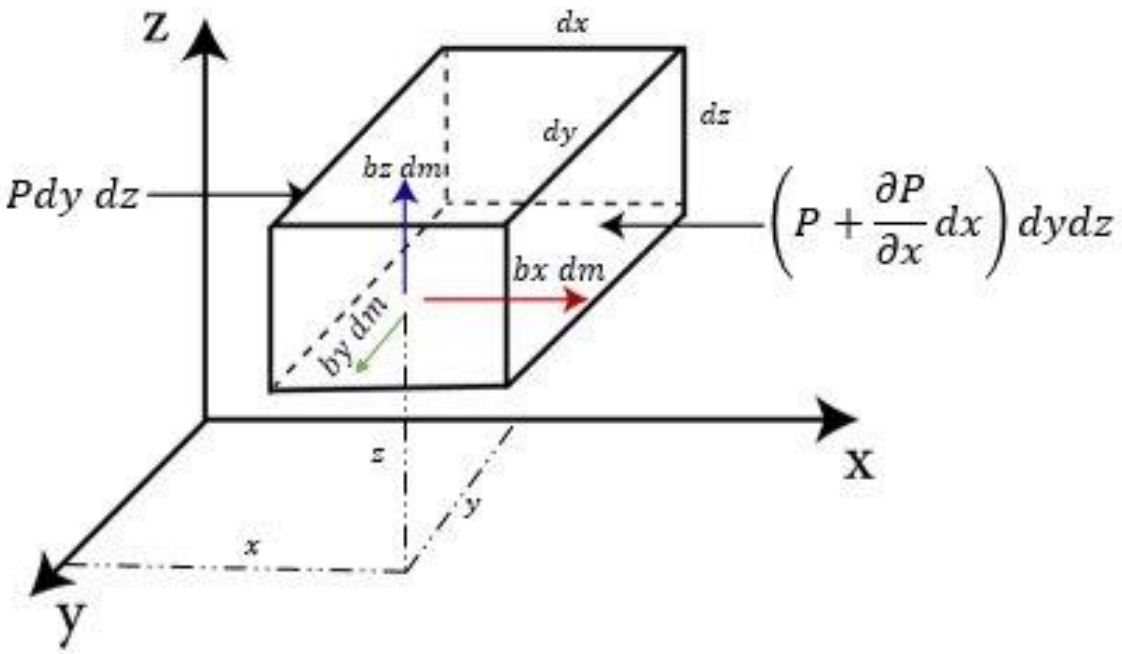
**قوة نابذة** : تسارع نابذ $w^2\vec{r}$

القوة الحجمية بالنسبة لأي عنصر حجمي هي $d\overrightarrow{F_V} = dm \ \ \vec{b}$

$$dm = \rho dxdydz$$

$$\vec{b} = (bx \ \ , by \ \ , bz \ \ )$$

تسارع القوة الحجمية عند $x \ \ , y \ \ , z$ $bx \ \ , by \ \ , bz$



**المطلوب :**

1. تحديد شرط التوازن المستقر
2. تحديد توزع الضغط $P$ داخل السّائل $P(x,y,z)$
3. تحديد قوة الضغط $F_P$ في هذه الحالة

الحل نقطتع جزيء حجمي بشكل متوازي مستطيلات من سائل ساكن
ثابت الحجم $\rho = const$ أبعاده $dx, dy, dz$
ولنأخذ المحاور الاحداثية كما في الشكل $x, y, z$
بفرض كتلة العنصر $dm$ وأنه يتعرض للقوة الحجمية $d\overrightarrow{F_V} = dm \ \vec{b}$
حيث مركباتها على على المحاور الاحداثية :

$$dF_{Vx} = bx \ \ dm$$
$$dF_{Vy} = by \ \ dm$$
$$dF_{Vz} = bz \ \ dm$$

و يتعرض أيضاً لقوة ضغط $d\overrightarrow{F_P}$ التي مساقطها
$dF_{Px} \ , dF_{Py} \ , dF_{Pz}$
لندرس توازن هذا العنصر تحت تأثير $d\overrightarrow{F_V}$ , $d\overrightarrow{F_P}$
لنأخذ النقطة $B(x,y,z)$ حيث نعلم أنه للضغط قيمة ثابتة في كافة الاتجاهات و لكن الضغط كتابع مكاني $P(x,y,z)$ يغير قيمته من نقطة إلى أخرى
على اللوح الأيسر للعنصر الحجمي الضغط المؤثر هو $P$ فتكون القوة

$$dF_{P1x} = Pdy \ \ dz$$

وعلى الوجه الآخر

$$dF_{P2x} = \left(P + \frac{\partial P}{\partial x}dx\right)dydz$$

$$dF_{Px} = dF_{P1x} - dF_{P2x} = -\frac{\partial P}{\partial x}dx \;\; dy \;\; dz$$

وباسقاط كافة القوى المؤثرة على العنصر الحجمي $dV$ باتجاه $x$ (أي ندرس توازن العنصر تحت تأثير القوى الحجمية و قوى الضغط )

$$\sum dF_x = 0$$

$$\left(P + \frac{\partial P}{\partial x}dx\right)dydz + bx \;\; \rho \;\; dx \;\; dy \;\; dz = 0$$

و بالاصلاح البسيط و التعميم على y و $z$ سوف نحصل على المعادلات التالية : (معادلات أويلر للتوازن )

$$\frac{\partial P}{\partial x}dx = \rho \;\; bx \;\; dx$$

$$\frac{\partial P}{\partial y}dy = \rho \;\; by \;\; dy$$

$$\frac{\partial P}{\partial z}dz = \rho \;\; bz \;\; dz$$

نقوم بجمع الطرفين (اليساري على حدة و اليميني على حدة )

$$\frac{\partial P}{\partial x}dx + \frac{\partial P}{\partial y}dy + \frac{\partial P}{\partial z}dz = \rho(bx \;\; dx + by \;\; dy + \;\; bz \;\; dz) \qquad (*)$$

التفاضل التام للضغط :

$$\frac{\partial P}{\partial x}dx + \frac{\partial P}{\partial y}dy + \frac{\partial P}{\partial z}dz = dP$$

$$bx \;\; dx + by \;\; dy + \;\; bz \;\; dz = \overrightarrow{b} \;\; \overrightarrow{ds}$$

$\overrightarrow{ds}$ عنصر خطي مسقطه على $x$ هو $dx$ وعلى $y$ هو $dy$ وعلى $z$ هو $dz$

$\overrightarrow{b}$ شعاع تسارع القوة الحجمية

شعاعيا العلاقة :

$$dP = \rho \ \overrightarrow{b} \ \overrightarrow{ds}$$

بمكاملة العلاقة الشعاعية مع ضمان أن حالة التوازن مستقرة عندها نستطيع تحديد قيمة الضغط السائد في كل نقطة من السائل

- **تحديد شروط التوازن المستقر :**

نأخذ معادلات أويلر للتوازن و بعد الاختزال نشتق المعادلة الأولى جزئياً بالنسبة لـ $y$ و الثانية جزئياً بالنسبة لـ $x$ مع ملاحظة :

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} = \rho \frac{\partial bx}{\partial y} = \rho \frac{\partial by}{\partial x}$$

وهكذا نعمم و تصبح المعادلات :

من $1 - 2$

$$\frac{\partial bx}{\partial y} = \frac{\partial by}{\partial x}$$

من $2 - 3$

$$\frac{\partial by}{\partial z} = \frac{\partial bz}{\partial y}$$

من $3 - 1$

$$\frac{\partial bz}{\partial x} = \frac{\partial bx}{\partial z}$$

تمثل المعادلات التفاضلية الجزئية الجديدة بشروط التوازن رياضياً ( شروط كوشي – ريمن للتوازن ) وبالتالي تكون هذه المعادلات بالشرط اللازم و الكافي لوجود تابع سلمي (غير شعاعي ) نسميه $\emptyset_s$ حيث $\emptyset_s(x,y,z)$ يحقق العلاقات التالية :

$$bx = -\frac{\partial \emptyset_s}{\partial x}$$

$$by = -\frac{\partial \emptyset_s}{\partial y}$$

$$bz = -\frac{\partial \emptyset_s}{\partial z}$$

الاشارة السالبة تدل على أن القدرة الكامنة تتناقص باتجاه القوة الحجمية بالتطابق مع شروط كوشي – ريمن للتوازن التابع $\emptyset_s$ يحقق:

$$\frac{\partial bx}{\partial y} = -\frac{\partial^2 \emptyset_s}{\partial x \partial y} = -\frac{\partial^2 \emptyset_s}{\partial x \partial y} = \frac{\partial by}{\partial x}$$

و بالتالي التابع $\emptyset_s$ يحقق لابلاس $\Delta \emptyset_s = 0$

$$\frac{\partial bx}{\partial y} - \frac{\partial by}{\partial x} \rightarrow -\frac{\partial^2 \emptyset_s}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \emptyset_s}{\partial x \partial y} = 0$$

يسمى $\emptyset_s$ تابع كمون حقل القوى لتحقيقه لابلاس $\Delta \emptyset_s = 0$ و كلمة كمون للدلالة على أن حقل القوى هو حقل مخزن للقدرة الكامنة .

شرط أويلر للتوازن المستقر في حقل قوى عام : حيث تستوجب أن يكون حقل القوى كمونياً أي مخزناً للقدرة الكامنة و من الناحية الرياضية إن هذا الحقل يملك تابع كمون $\emptyset_s$ يحقق شرط كوشي – ريمن للتوازن و إن التوازن لن يتحقق إلا اذا كان حقل القوى هو حقل كموني

- **تحديد توزع الضغط :**

بادخال شروط كوشي – ريمن في (*)

$$dP = \rho(-\frac{\partial \emptyset_s}{\partial x}dx - -\frac{\partial \emptyset_s}{\partial y}dy - \frac{\partial \emptyset_s}{\partial z}dz)$$

الاشارة السالبة أتت من تعريف $\emptyset_s$ حيث :

$$dP = -\rho d\emptyset_s$$

وهي المعادلة الهيدروستاتيكية العامة و هي تطبيق على الموائع و الغازات

حيث $d\emptyset_s$ يمثل التفاضل التام للكمون و بمكاملة طرفي

م . هـ . ع :

$$P = -\rho\emptyset_s + const$$

هذه العلاقة تسمح بحساب توزع الضغط في السّائل سواء كان قابلاً أو غير قابل للانضغاط $\rho = const \ , \rho \neq const$ مع الانتباه أنه يجب أن تكون للتابع $P(x,y,z)$ و للمتحول $\emptyset_s(x,y,z)$ قيم مترافقة في كل نقطة .

ثابت التكامل فيحدد من الشروط الحدية .

**استنتاجات :**

1. م.هـ.ع تشمل جميع القوانين الهيدروستاتيكة و بالتالي المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية و قانون باسكال يمثلان حالتان خاصتان للمعادلة الهيدروستاتيكية العامة

من أجل $bx = by = 0 \leftarrow bz = -g$

حيث $z$ ↑ موجب للأعلى

$$-g = -\frac{\partial \emptyset_s}{\partial z} \quad \rightarrow d\emptyset_s = gdz$$

و منه بالتعويض في م . هـ . ع نحصل على م . هـ . أ :

$$dP = -\rho g dz$$

وعند إنعدام كافة القوى الحجمية $bx = by = bz = 0$

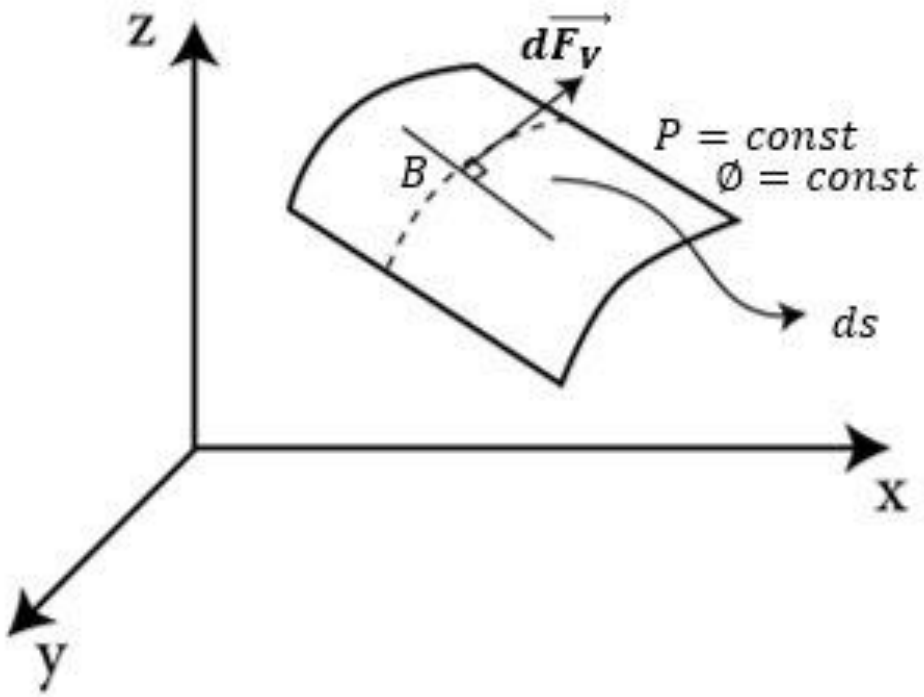
$$d\emptyset_s = 0$$

$$dP = 0 \quad \rightarrow P = const$$

و هي صيغة قانون باسكال ( الضغط يتوزع بانتظام في كافة النقاط )

2. من علاقتي م.هـ.ع عندما $P = const$ في نقاط معينة $\leftarrow \emptyset =$ $const$ وبالتالي سطوح الضغط الثابت هي سطوح للكمون الثابت ( أي سطوح القدرة الكامنة الثابتة ) و هي سطوح فراغية ( يمكن أن تكون مفتولة أو مقوسة )

**3. اختراق القوى الحجمية $\overrightarrow{dF_V}$ الممثلة بشعاع التسارع $\vec{b}$ سطوح الضغط الثابت :**




نختار جملة احداثيات $x, y, z$ , $\overrightarrow{ds} = \overrightarrow{BB'}$ عنصر سطحي

تخترق $F_V$ سطح الضغط الثابت $P = const$ وهو نفسه

$$\emptyset = const$$

**من العلاقة :**

$$\frac{dP}{\rho} = \overrightarrow{b} \quad \overrightarrow{ds}$$

$$\overrightarrow{b} \quad \overrightarrow{ds} = 0 \quad \leftarrow dP = 0 \quad \leftarrow \quad P = const$$

$$\overrightarrow{b} \perp \overrightarrow{ds} \Longleftarrow$$

$$\alpha = 90^o$$

النتيجة في كل نقطة تخترق القوة الحجمية سطوح الضغط الثابت $P = const$ ناظمياً على هذه السطوح

هذه الحقيقة تظهر واضحة في اطار م.هـ. أ حيث أن سطوح الضغطط الثابت هي مستويات أفقية و $F_V$ عامودي على سطح الضغط الثابت

4. إدخال شعاع التدرج $grad$ يعبر عن المشتقات الجزئية لتابع سلمي و هو بالتالي يعبر عن التغير الاجمالي الذي يطرأ على هذا التابع

**من العلاقة**

$$\overrightarrow{b} \quad \overrightarrow{ds} = 0$$

$$bx \quad dx + by \quad dy + \quad bz \quad dz = 0 = F_V ds$$

بجمع أطرف معادلات أويلر للتوازن جمعاً شعاعياً مع اعتبار $i, j, k$ أشعة الواحدة باتجاه المحاور $x, y, z$ :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho \quad bx$$
$$\frac{\partial P}{\partial y} = \rho \quad by$$
$$\frac{\partial P}{\partial z} = \rho \quad bz$$

نحصل على :

$$\rho(\vec{\imath} \quad bx + \quad \vec{j} \quad by + \quad \vec{z} \quad bz) = \vec{\imath} \quad \frac{\partial P}{\partial x} + \vec{j} \quad \frac{\partial P}{\partial y} + \vec{z} \quad \frac{\partial P}{\partial z}$$

$$\rho \quad \overrightarrow{F_V} = \quad \overrightarrow{grad} \quad P$$

حيث $\overrightarrow{grad} \quad P$ يمثل شعاع تدرج الضغط حيث قيمته المطلقة :

$$|grad \quad P| = \quad \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)^2}$$

$$P = -\rho \quad d\emptyset_s$$

$$\rho \quad \overrightarrow{F_V} = \overrightarrow{F_{V'}} = \quad \overrightarrow{grad} \quad P = -\rho \quad \overrightarrow{grad} \quad \emptyset_s$$

$\overrightarrow{F_{V'}}$ القوة الحجمية بالنسبة لواحدة الحجوم

$\overrightarrow{F_V}$ القوة الحجمية بالنسبة لواحدة الكتلة

**ولنصل إلى النتيجة الهامة التالية :** إن الضغط يتغير فقط على منحى القوة الحجمية أي يزداد الضغط باتجاه تأثير القوة الحجمية

مثال : في المعادلة الهيدروستاتيكية الأساسية يزداد الضغط مع العمق أي باتجاه تأثير قوة الثقالة

إذا لم تؤثر قوة حجمية $F_V$ الضغط لا يتغير و يكون ثابتاً في جميع النقاط

أما في اطار م.هـ .أ الضغط يزداد باتجاه تأثير قوة الثقالة $P$ أفقياً لا يتغير لأنه ليس لدينا قوة حجمية بالاتجاه الافقي و سطوح $P = const$ مستويات أفقية

## I. تطبيقات على المعادلة الهيدروستاتيكية العامة :

نقوم باتباع نفس الخطوات المتبعة في م . هـ . أ ونطبقها في م.هـ.ع لحل المسائل

1) اختيار مجموعة احداثيات موجهة $x, y, z$ مناسبة و صحيحة
2) نحدد مركبات القوة الحجمية و اتجاهها بالنسبة لهذه الاحداثيات أي أن القوة الحجمية نعتبرها موجبة إذا اثرت بالاتجاه الموجب للاحداثي المختار
3) تحديد تابع الكمون لحقل القوى من مركبات القوى المستنتجة $bs = -\frac{\partial \emptyset_s}{\partial s}$

الاشارة السالبة هامة ولا يجوز إغفالها إذا كانت التسارعات معلومة يمكن حساب المركبة لكل تسارع

مثلاً الاتجاه الشاقولي $g$ للأسفل وعندما يكون $z \uparrow$

$$\partial \emptyset_{sz} = g\partial z \leftarrow bz = -g = -\frac{\partial \emptyset_s}{\partial z}$$

$\emptyset_{sz}$ احدى مركبات $\emptyset_s$

من خلال معرفة $\partial \emptyset_s$ بالاتجاهات الثلاثة نحصل بالجمع الجبري

$$d\emptyset_s = \sum_{i=1}^{3} d\emptyset_{si}$$

بالتالي نكون قد حددنا تابع كمون حقل القوى

4) ثم نطبق م.هـ.ع بصيغتها التفاضلية $dP = -\rho d\emptyset_s$ أو

$$dP = \rho(bx\ \ dx + by\ \ dy + \ \ bz\ \ dz)$$

وذالك لتحديد مسألتين أساسيتين :

i. معادلة وشكل سطوح الضغط الثابت

وخاصة شكل السطح السائد $dP = 0 \rightarrow P = const$

(الحر) للسائل و تحديد العلاقة الرياضية التي تحدد شكل هذا السطح

ii. توزع الضغط داخل السّائل ويتم ذالك بمكاملة المعادلة

التفاضلية $P(x, y, z) = \int dP + c$

$dP$ يؤخذ من م.هـ.ع و ينتج $c$ ثابت التكامل الذي يحدد من الشروط الحدية

5)تحديد ثوابت التكامل بمساعدة بعض الشروط الحدية للمسألة المدروسة

بعض هذه الثوابت التي يمكن أخذه بعين الاعتبار على النحو التالي :

a)حساب حجم السّائل قبل وبعد الدوران في حالة سائل يقع في حالة توازن نسبي هذا الحجم يمكن أن يبقى ثابتاً إذا لم ينكب أي جزء من سائل خارج الجملة

الحجم قبل الحركة = حجم السّائل بعد الدوران

(إذا لم ينكب شيء خارج الوعاء )

الحجم قبل الحركة = حجم السّائل بعد الدوران + حجم الجزء المنكب (عندما ينكب جزء من السّائل )

حيث من هذه المعادلة نوجد أحد ثوابت التكامل

b)$\vec{b}$ كقوة حجمية اجمالية $\perp$ مع السطوح

$P = const$ في كل نقطة من النقاط

c) نطبق م.هـ.ع للسطوح $P = const$ على نقاط محددة معلومة الضغط
هذه النقاط يجب أن تكون واقعة على سطح الضغط الثابت (نحقق معادلته العامة)
حيث مثلاً نقطة من السطح السائد للسائل معرض للضغط الجوي يكون فيه $P = P_a$
d) يمكن أن تكون هنالك شروط حدية معينة ضمن المسألة المطروحة

ملاحظة (ملخص) : لتطبيق م.هـ.ع بشكل جيد نعتد الخطوات التالية :

1. اختيار صحيح و واضح لجملة الحداثيات الموجهة $x, y, z$
2. نحدد مركبال القوة $F_V$ مع اتجاهها
3. بعدها نحدد $d\emptyset_s$ انطلاقاً من المعادلة العامة $bs = -\frac{\partial \emptyset_s}{\partial s}$
4. نحدد سطوح الضغط الثابت و شكلها ومعادلتها
5. نبين توزع الضغط .

## II. تطبيقات مباشرة على التوازن انسبي للموائع :

كل حالات التوازن السابقة تتكلم عن حالة توازن مطلق
أما الحالتان التي سندرسهما هما حالتان من الحياة العملية

i. حالة توازن نسبي لمائع تحت تأثير حقل الثقالة وقوة العطالة الخطية
ii. حالة توازن نسبي لمائع تحت تأثير حقل الثقالة وحقل القوة النابذة

هنا علينا تحديد شكل سطوح الضغط الثابت و توزع الضغط داخل السّائل

## التوازن النسبي لمائع يقع تحت تأثير الثقالة و القوة النابذة (الاعصار القسري )

في حالة مائع يتوضع في إناء مفتوح من الأعلى و يدور بحركة دورانية منتظمة $\omega = const$ حول محور شاقولي $Z$

وتتم عملية التدوير بطريقتين :

الأولى : نجعل الإناء نفسه يدور بسرعة $\omega = const$ و بفضل شرط الالتصاق تنتقل الحركة الدورانية إلى المائع و يبدأبالدوران

الثانية : باستخدام فراش ذو ريش يدور بسرعة ثابتة ثم تنتقل الحركة لدورانية إلى السّائل

و المهم في الحالتين الحفاظ على $\omega = const$

و يطلب :

- تحديد معادلة و شكل سطوح الضغط الثابت
  $dP = 0 \rightarrow P = const$
- توزع الضغط $P(x, y, z)$

الحل:

نعتبر حالة توازن نسبي و الحل في هذه الحالة الحالتين :

i. الحالة العامة : علينا تحديد معادلة و شكل سطوح الضغط الثابت $P = const$ وخاصة السطح السائد للسائل

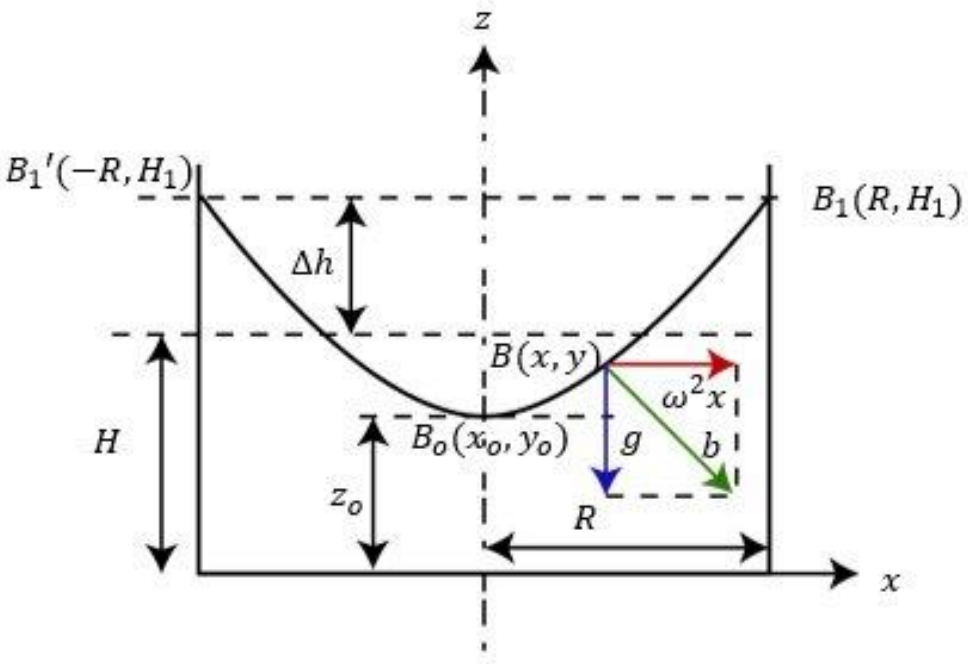
تبعاً لمبدأ دالمبير يكون كل جزيء حجمي في حالة توازن نسبي بالنسبة لعملية احداثيات مترابطة مع الجملة (تدور معها بنفس السرعة الزاوية ) تحت تأثير قوتين

A. قوة الثقالة بتسارع $g \downarrow$

B. القوة النابذة بتسارع $\omega^2 x$ بالاتجاه القطري

$$\overrightarrow{dF_V} = \overrightarrow{dF_G} + \overrightarrow{dF_x}$$
$$\vec{b} = \vec{g} + \omega^2 \overrightarrow{x}$$

$\overrightarrow{dF_V}$ شعاع القوة الحجمية الاجمالة المؤثرة على كل جزيء حجمي و تتألف من المركبتين شعاع قوة الثقالة و شعاع القوة النابذة




نتصور أنه لدينا إناء معتبرين ↑ $z$ والمحاور مرتبطة مع الجملة و نعتبر عملية الدوران ناشئة عن الفراش (شفرات) حيث بدورانها تتعرض كامل كتلة السّائل للدوران أو تدور الاناء بكامله من الخارج فتنتقل الحركة الدورانية للسائل

قبل الدوران كان السّائل يصل لارتفاع $H$ و بعد تدويره يرتفع السّائل عند الحواف و ينخفض في المركز و يصبح المستوي الأفقي مقعراً بعد الدوران

بالنسبة لنقطة ما من السطح السائد للسائل $B(x,z)$ حيث تتعرض للتسارعين كأي عنصر حجمي آخر حجمي للسائل (التسارع النابذ و تسارع الجاذبية) و بالتالي يكون التسارع الاجمالي $\vec{b}$ يخترقسطوح الضغط الثابت و منها السائد ناظمياً

النقطة $B_1{}'(-R,H_1)$ تسود فيها نفس الشروط السائدة في $B_1(R,H_1)$ التي تمثل أعلى نقطة

أخفض نقطة من السطح السائد للسائل $B_o(0,z_o)$ ترتفع عن مستوي القياس $z_o$

نعود للبداية لتحديد معادلة وشكل سطوح الضغط الثابت حيث كل جزيء يقع في حالة توازن نسبي و يتأثر بالقوتين $\overrightarrow{F_x}$ ,$\overrightarrow{F_G}$ و محصلتهما $\overrightarrow{F_V}$ تسارعها الاجمالي $\vec{b}$ الذي هو محصلة التسارعين $\vec{g}, \overrightarrow{\omega^2 x}$

باعتماد مجموعة احداثيات $x,y,z$ كما في الشكل و اعتماداً على العلاقة $bs = -\frac{\partial \emptyset_s}{\partial s}$ نكتب التفاضل التام لتابع حقل الكمون كالتالي :

$$d\emptyset_s = d\emptyset_{sG} + d\emptyset_{sx}$$

باعتبار $g$ سالب بعكس اتجاه المحور $z$

$\omega^2 x$ موجب باتجاه المحور $x$

$$d\emptyset_s = gdz - \omega^2 x \ \ dx$$

لأن اشتقاق $d\emptyset_s$ جزئياً بالنسبة لـ $x$

$$bx = -\frac{\partial \emptyset_s}{\partial x} = \omega^2 x$$

$$bz = -\frac{\partial \emptyset_s}{\partial z} = -g$$

بتطبيق م.هـ.ع بالشكل التفاضلي

$$dP = -\rho d\emptyset_s$$

$$dP = -\rho(gdz - \omega^2 x \ \ dx)$$

$$dP = \rho(\omega^2 x \ \ dx - gdz)$$

تحديد سطح الضغط الثابت :

باعتبار $P = P_a = const$ سطح الضغط الثابت و حيث $B \ \ B'$ نقطتان من هذا السطح و حيث كل لكل نقطة $B$ لها نظيرتها $B'$

السطح السائد يمثل مجسم قطع مكافئ دوراني حيث يمكن تحديده في مستوي زوالي $x, z$ إذا جعلناه يدور دورة كاملة نحصل على المجسم الدوراني بكامله

هذا التحديد يتم على الأساس التالي بالنسبة للسطوح

$P = const$ يكون التفاضل التام للضغط $dP = 0$ ينتج من العلاقة

$$dP = \rho(\omega^2 x \ \ dx - gdz)$$

إن :

$$\omega^2 x \ \ dx - gdz = 0$$

$$gdz = \omega^2 x \ \ dx$$

بفصل المتحولات و إجراء التكامل لكل طرف نحصل

$$gz = \frac{1}{2}\omega^2 x^2 + c$$

$$z = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + c \qquad \dots *$$

هذه المعادلة تمثل المعادلة العامة للسطوح $P = const$ في المستوي الزوالي و هي تمثل معادلة قطع مكافئ ذروة هذا القطع تقع على محور الدوران $z$

حيث سطوح الضغط الثابت التي كانت قبل الدوران في حالة توازن مطلق و كانت مستوية أصبحت الأن تحت تأثير القوتين

$\overrightarrow{F_Z}$ , $\overrightarrow{F_G}$ تمثلها سطوح بشكل قطوع مكافئة ذراها تقع على محور الدوران بالنسبة للسطح السائد حصراً $B(0, z_0)$ تحقق المعادلة $*$ و بالتعويض فيها نحصل

$$z_0 = \mathrm{c}$$

وبالتالي :

$$z = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + z_0 \qquad \dots **$$

وهي تمثل المعادلة العامة للسطح السائد للسائل

بالنسبة لجميع حالات الدوران حول محور شاقولي $z$ لم نتطرق بشكل الاناء إذا كان الاناء اسطواني أو غير ذالك و لم نتحدث عن موقع محور الدوران إذا كان يشكل محور تناظر للجملة أم لا

بالنسبة لـ $P = const$ سطوح الضغط الثابت تمثل بالمعادلة $*$

وبشكل خاص السطح السائد للسائل يمثل من $**$

نجد أنه مع ازدياد $\omega$ تنخفض $z_0$

$B_1$ تتسلق للأعلى و الارتفاع $H_1$ يزداد بازدياد $\omega$ وتنخفض $B_0$ وترتفع $B_1$ حتى تصل إلى حافة الاناء واعتباراً من هذه يبدأ السّائل بالانكباب

$B_0$ تنزل حتى تصل للقعر و قد تأخذ $z_0$ قيم سالبة بحيث يصبح جزء من قعر الاناء مكشوف أو السّائل يبقى بشكله الخارجي محافظاً على شكله كجسم قطع مكافئ و العملية تأخذ شكل أوضح اذا كان الاناء مغلقاً

يمكن زيادة $\omega$ دون أن ينكب شيء من الاناء

لاتزال في ** قيمة $z_0$ مجهولة لا تعرف قيمتها و تتحدد من الشروط الحدية بفرض أن حجم المائع لم يتغير قبل و بعد الدوران أي لم ينكب أي جزء من المائع خارج الاناء عندها

حجم السّائل قبل الدوران = حجم السّائل بعد الدوران

$$\pi R^2 H = \pi R^2 z_0 + \frac{1}{2}\pi R^2 (H_1 - z_0)$$

حيث حجم مجسم قطع مكافئ يساوي إلى نصف حجم الاسطوانة التي تحتويه

من هذه العلاقة

$$H_1 = 2H - z_0$$

دخل مجهول جديد هو $H_1$ ارتفاع أعلى نقطة من السطح السائد للسائل و نعلم $B_1(R, H_1)$ تحقق العلاقة * لأنها نقطة من السطح السائد الذي هو سطح للضغط الثابت

$$H_1 = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + z_0$$

$$2H - z_0 = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + z_0$$

$$z_0 = H - \frac{\omega^2 x^2}{4g}$$

ندخل العلاقة الأخيرة في ** المعادلة الخاصة للسطح السائد للسائل في حالة إناء اسطواني بدلالة أبعاد الاناء الهندسة $R, H$

$$z = \frac{\omega^2}{2g}\left(x^2 - \frac{R^2}{2}\right) + H$$

في حالة دوران اناء اسطواني حول محور دوران معين

من العلاقة الأخيرة نحصل على فرق الارتفاع لاخفض نقطة من السطح السائد للسائل $B_o$ و أعلى نقطة $B_1$

$$z_0 = \frac{\omega^2}{2g}\left(0 - \frac{R^2}{2}\right) + H$$

$$H - z_0 = \frac{\omega^2 R^2}{4g}$$

$$H_1 - H = \frac{\omega^2 R^2}{2g} + H - \frac{\omega^2 R^2}{4g} - H = \frac{\omega^2 R^2}{4g}$$

$$\Delta h = H - z_0 = H_1 - H = \frac{\omega^2 R^2}{4g}$$

نتيجة : المائع ينزلق على جدران الاسطوانة لأعلى نقطة بمقدار $\Delta h$ و بنفس المقدار ينخفض باتجاه الأسفل

كنتيجة هامة علاقة $\Delta h$ تستخدم مبدأياً لقياس $\omega$ حيث هناك أجهزة قياس تقيس $\Delta h$ بدلالة $R$ وبالتالي يتحدد $\omega$

$$\omega^2 = \frac{4g}{R^2}\Delta h$$

تستخدم هذه العلاقة لأنه لا يمكن قياس $\omega$ بشكل منتظم

توزع الضغط :

بمكاملة العلاقة

$$dP = \rho(\omega^2 x \;\; dx - g dz)$$

نحدد الضغط في أية نقطة $B(x, z)$

$$P(x,z) = \rho\left(\frac{\omega^2 x^2}{2} - gz\right) + const$$

يتحدد الثابت من الشروط الحدية

في الاتجاه الشاقولي يتحدد الضغط كالتالي

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

أي الضغط يزداد شاقولياً و للأسفل

أفقياً

$$\frac{dP}{dx} = \rho\omega^2 x$$

هذا يعني أنه نتيجة الدوران يتزايد الضغط بمقدار

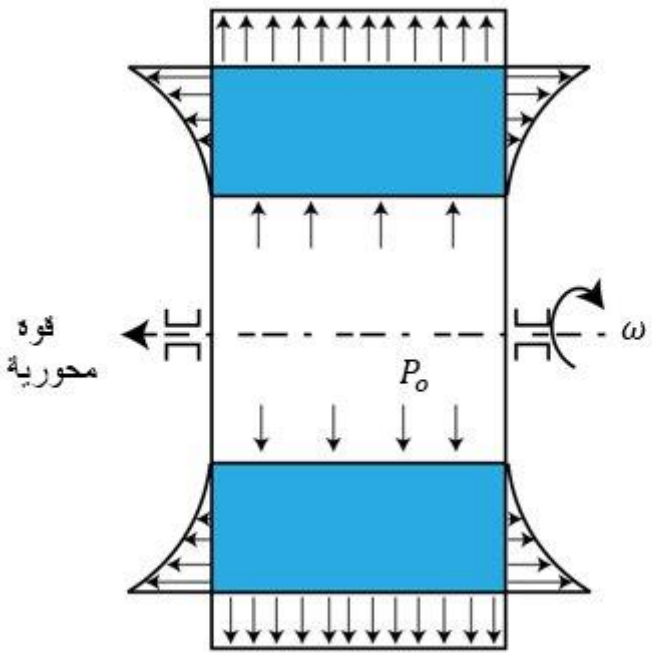
$$\Delta P = \frac{\rho}{2}\omega^2 x$$

أي يتناسب طرداً مع مربع بعد النقطة عن محور الدوران و هذه ميزة الاعصار القسري (سبب التسمية)

## التوازن النسبي لمائع يقع تحت تأثير حقل القوة النابذة فقط :

بشكل عام وفي الألات الطاردة المركزية المستخدمة على نطاق واسع لفصل الموائع و فصل الشوائب عن بعضها البعض (المضخات الطاردة المركزية) تكون السرعة الزاوية $\omega$ كبيرة نسبياً أي التسارع النابذ $\omega^2 x$ يصبح كبيراً و أكبر بكثير من $g$

أي $g \ll \omega^2 x$ بحيث يصبح $F_x$ (القوة النابذة) $\gg F_G$




نستطيع اهمال $F_G \leftarrow 0$ بالنسبة لـ $F_x$ ندرس توازن مائع تحت تأثير القوة النابذة فقط

غالباً في هذه الألات يكون لدينا محور الدوران أفقي (لأن تركيب مضخة ذات محور أفقي أسهل بكثير من تركيب المضخة ذات المحور الشاقولي)

**المطلوب** تحديد توزع الضغط $P$ وتحديد شكل ومعادلة سطوح الضغط الثابت

تحديد توزع الضغط

مباشرة من العلاقة

$$dP = \rho(\omega^2 x \;\; dx - g dz)$$

باعتبار $x = r \;\; , \;\; g \to 0$

$$dP = \rho \omega^2 r \;\; dr$$

كتب $dP$ تفاضل تام لأن $P$ يتغير فقط مع $r$

بالمكاملة :

$$P = \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} + c$$

نوجد $c$ في الحالة الخاصة عندما $r = r_o$ يكون $P = P_o$

$$P_o = \rho \frac{\omega^2 {r_o}^2}{2} + c$$

$$c = P_o - \rho \frac{\omega^2 {r_o}^2}{2}$$

$$P = \rho \frac{\omega^2 r^2}{2} + P_o - \rho \frac{\omega^2 {r_o}^2}{2}$$

$$P(r) = P_o + \rho \frac{\omega^2}{2} (r^2 - {r_o}^2 \ \ )$$

وهي معادلة قطع مكافىء الضغط يزداد باتجاه الخارج وفق معادلة القطع المكافىء من $P \leftarrow P_o$

معادلة سطوح الضغط الثابت :

$$dP = 0 \rightarrow \ \ \rho(\ \ \omega^2 r \ \ dr) = 0 \rightarrow P = const$$

$$\omega^2 r \ \ dr = 0 \rightarrow \frac{r^2}{2} = const \ \ \rightarrow r = const$$

معادلة دوائر مركزية (اسطوانات مركزية) مقاطعها دوائر

**ملاحظة:** $P(r)$ المتولد في الألات الهيدروليكية و خاصة المضخات يولد قوة محورية تؤثر باتجاه محور الآلة فيما لو كانت مثبتة تستند من الجهة الأخرى على مسند

هذه القوة تقوم بزعزعة تثبيت الدولاب الدائر للمضخة و الذي يكون الخلوص بينه وبين جسم المضخة من رتبة الـ $mm$ أذا أزيح من مكانه يؤدي إلى تشكل أعطال بالآلة

يستوجب لذالك موازنة هذه القوة إما بطريقة ميكانيكية أو طريقة هيدروليكية (مضخة تعمل على عدة مراحل نجعل القوة المؤثرة على المرحلة الأولى من اليسار إلى اليمين وعلى المرحلة الثانية بالعكس ) فنؤمن التوازن هذه القوة يمكن أن تصل في بعض الحالات إلى عدة مئات من الكيلوباوند

## التوازن النسبي لمائع يقع تحت تأثير حقل الثقالة و حقل قوة العطالة الخطية

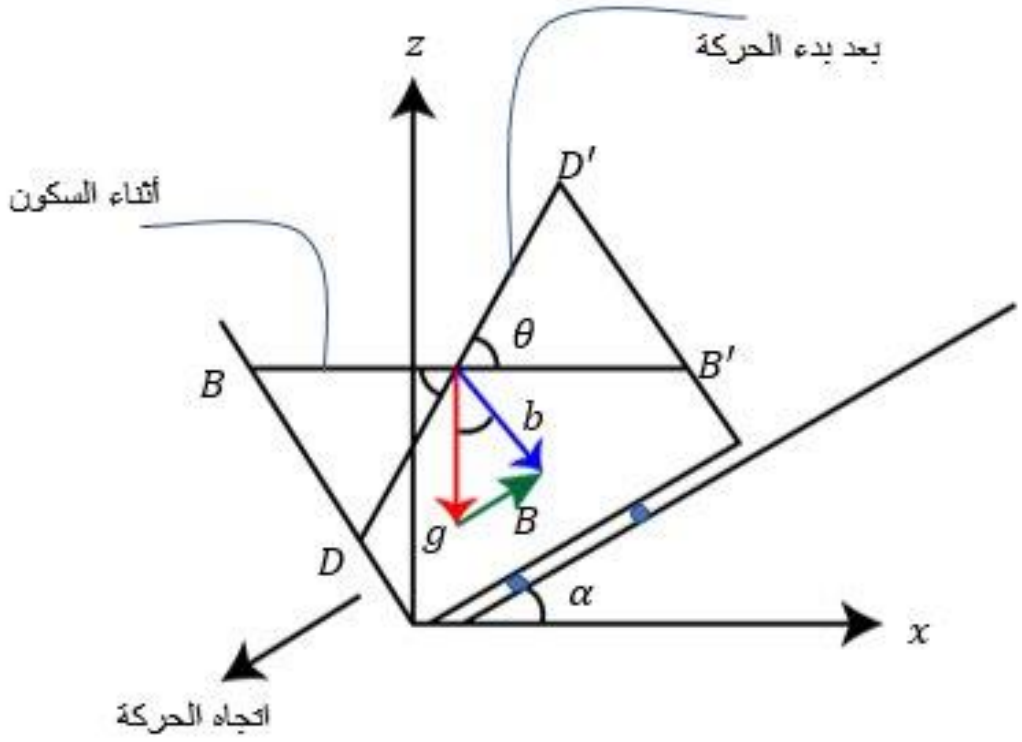
مائع في اناء (بشكل غير محدد في البداية) وهذا الاناء يتعرض لتسارع خطي منتظم

المطلوب تحديد معادلة وشكل سطوح الضغط الثابت

وتحديد معادلة توزع الضغط داخل المائع

- **الحل العام :**

في جملة احداثيات مرتبطة مع الجملة وتقوم بنفس الحركة



كل جزيء حجمي في حالة الحركة يكون حالة توازن نسبي تحت تأثير قوتين $F_G$ الشاقولية للأسفل وقوة العطالة بتسارع يساوي و يعاكس تسارع الحركة

فتكون القوة المحصلة :

$$\overrightarrow{dF} = \overrightarrow{dF_G} + \overrightarrow{dF_B}$$

$$\vec{b} = \vec{g} + \vec{B}$$

التسارع $\vec{b}$ يجب أن يكون متعامد مع السطح السائد للسائل كسطح للضغط الثابت ونلاحظ أن يصنع مع الشاقول نفس الزاوية θ التي يصنعها مع الأفق

نفترض أن المسألةعبارة عن حركة صهريجعلى مستوي مائل إذا كان الصهريج في حالة سكون يأخذ المائع الوضعية الأفقية $BB'$ بعد الحركة يبدأ الصهريج بالتسارع نأخذ نقطة التقاطع و ندرسها (يمكن دراسة أي نقطة أخرى)

الجزيء الحجمي يتعرض لقوتين ↓ $F_G$ و قوة العطالة بتسارع $B$ يساوي ويعاكس تسارع لحركة

التسارع النهائي يمثل المحصلة الشعاعية ويصنع مع $DD'$ زاوية قائمة

السطح السائد للسائل هو مستوي يميل على الأفق بزاوية θ :

$$\tan(\theta) = \frac{bx}{bz}$$

$bx$ مسقط $b$ على $x$

$bz$ مسقط $b$ على $z$

$$bx = \mathrm{B}\ \cos(\alpha)$$

$$bz = \mathrm{B}\sin(\alpha) - \mathrm{g}$$

$$\tan(\theta) = \frac{\mathrm{B}\ \cos(\alpha)}{\mathrm{B}\sin(\alpha) - g}$$

وهي الزاوية التي يصنعها التسارع $\vec{b}$ مع الشاقول وهو متعامد مع السطح السائد للسائل و ثابت في كل النقاط

من م.هـ.ت :

$$dP = -\rho\ \ d\emptyset_s$$

$$dP = \rho(bxdx + bydy + bzdz)$$

$$by = 0$$

$$dP = \rho(\mathrm{B}\ \cos(\alpha)dx + (\mathrm{B}\sin(\alpha) - g)dz)$$

سطوح الضغط الثابت عندما يكون :

$$dP = 0\ \ , P = const$$

$$\mathrm{B}\cos(\alpha)\,dx + (\mathrm{B}\sin(\alpha) - g)dz = 0$$

بفصل المتحولات و المكاملة :

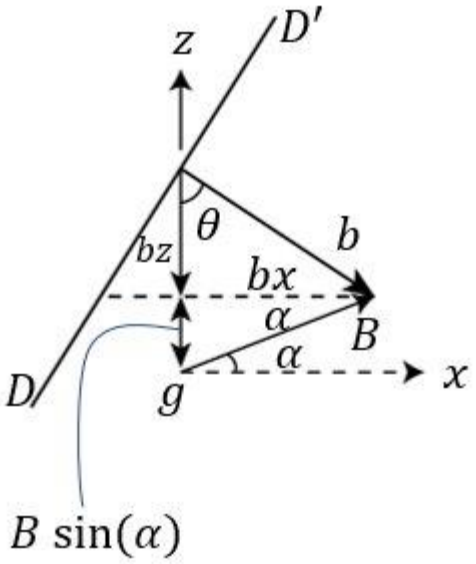
$$z = \frac{\mathrm{B}\ \cos(\alpha)}{g - \mathrm{B}\sin(\alpha)}x + c$$

$$= -\tan(\theta)\quad x + c$$

$$z = |\tan(\theta)|\ \ x + c$$

معادلة مستقيم ميله $|\tan(\theta)|$

الثابت من الشروط الحدية



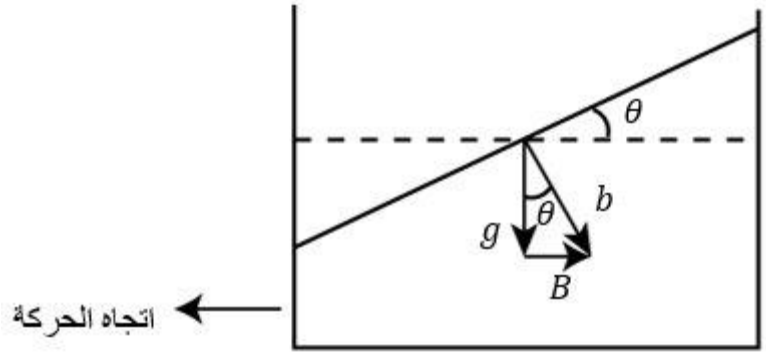

**حالات خاصة :**

1. إذا كانت $\alpha = 0$

$B$ تسارع أفقي منتظم

$$z = \frac{\mathrm{B}}{g}x + c$$

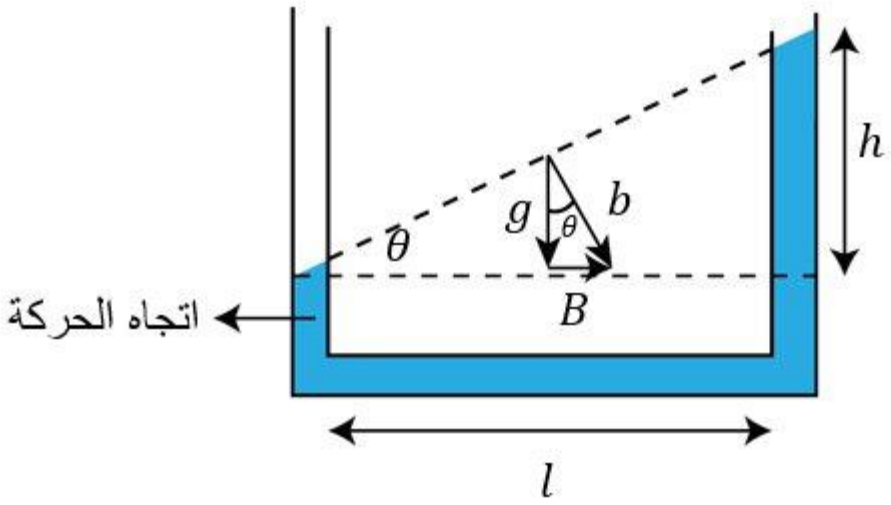
معادلة مستقيم ميلها عن الأفق $\frac{\mathrm{B}}{g}$



2. نتيجة إن العلاقة: $z = |\tan(\theta)|\ x + c$

تعبر أساساً لما يسمى مقياس التسارع و هو عبارة عن جهاز بسيط يتألف م انبوب بشكل حرف $u$ يكون فرعاه مدرجان بواحدات الطول المسافة بينهما محددة يركب الجهاز على الآلية المراد قياس تسارعها الخطي المنتظم

بعد الحركة يميل السّائل في الأنبوب و يصبح فرق منسوبي السّائل فيه $\Delta h$




$$\tan(\theta) = \frac{\Delta h}{l} = \frac{B}{g}$$

$$B = \frac{g\Delta h}{l}$$

تقاس $\Delta h, l, g$ و تكون معلومة

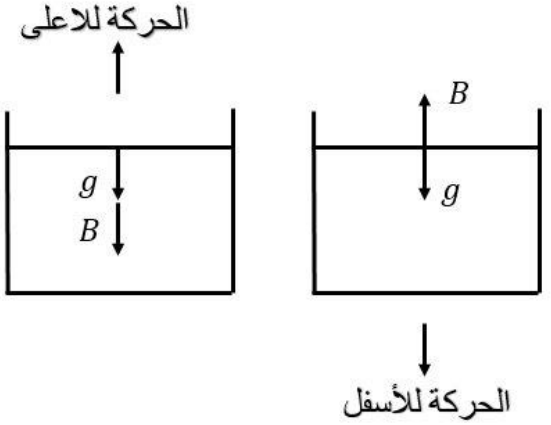
إن سطوح الضغط الثابت في سائل ثقيل يؤثرعليه تسارع منتظم ثابت تمثلها مستويات مائلة متوازية عندما يكن المستوي مائلاً و أفقياً

3. إذا كانت $\alpha = \frac{\pi}{2}$ التسارع الخطي شاقولي والعلاقة

$$z = \frac{\mathrm{B}\ \cos(\alpha)}{g - \mathrm{B}\sin(\alpha)}x + c$$

توصلنا مباشرة إلى العلاقة العامة $z = const$

وهي معادلة مستعيمات توازي المحور $x$ أي سطوح أفيقة و هي معادلة سطوح الضغط الثابت بأنها السطح السائد للسائل




اتجاه $B$ للأعلى أم للأسفل فإن

التسارع الاجمالي

$b = -g - B$ الحركة للأعلى

$b = -g + B$ الحركة للأسفل

وتصبح معادلة توزع الضغط

$$dP = -\rho(bz)dz$$

$P = -\rho(-g - B)z + c$ الحركة للأعلى

$P = -\rho(-g + B)z + c$ الحركة للأسفل

$$\mathcal{G} = (g \mp B)$$

$\mp$ حسب اتجاه الحركة

وهي تسمى المعادلة الهيدروستاتيكية المعممة , مقارنة ب م.هـ.أ

$$\frac{dP}{dz} = -\rho\mathcal{G}$$

- **توزع الضغط :**

$$dP = \rho(bxdx + bzdz)$$
$$dP = \rho(\mathrm{B}\ \cos(\alpha)dx + (\mathrm{B}\sin(\alpha) - g)dz)$$

بالمكاملة :

$$P = \rho(\mathrm{B}\cos(\alpha)\,x + (\mathrm{B}\sin(\alpha) - g)z) + c$$

الثابت من الشروط الحدية (من نقطة معلومة الاحداثيات و الضغط فيها معلوم)

تدرج الضغط افقياً :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \rho B cos(\alpha)$$

عندما $B = 0$ يكون $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$ (م.هـ.أ تغير الضغط في الاتجاه الأفقي معدوم)

تدرج الضغط شاقولياً : نعود إلى م.هـ.أ

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \rho(Bsin(\alpha) - g)$$

عندما $B = 0$ يكون

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$$

## توازن السوائل متغيرة الحجم (الكثافة) غير المتجانسة الآيروستاتيك

- **مفاهيم عامة :**

1. حالة الاجهاد الهيدروستاتيكية التي تنص على أن الضغط له قيمة واحدة في كافة الاتجاهات هذه الحالة لم تحدد ماهية الكثافة أي $\rho = c$ أو $\rho \neq c$
2. م.هـ.أ.ت , م.هـ.ع.ت تطبق على حالة $\rho = c$ و $\rho \neq c$ في الحالة عندما $\rho \neq c$ تسمى هاتين المعادلتين المعادلة الآيروستاتيكية التفاضلية ( م.آ.أ.ت) , المعادلة أيرو ستاتيكية العامة التفاضلية (م.أ.ع.ت)

$\rho \neq c$ $\quad dP = -\rho g dz$ $\quad$ م.آ.أ.ت

$\rho \neq c$ $\quad dP = -\rho d\emptyset_s$ $\quad$ م.أ.ع.ت

3. يتحقق التوازن للسوائل متغيرة الكثافة $\rho \neq c$ فقط في حالة التوازن المستقرأي عند تحقق مانسميه الاستقرار الستاتيكي هذا موضوع هام في حالة دراسة الآيروستاتيك لأن أي خلل في ه تتحول حالة التوازن لحالة حركة

- <u>فرضيات :</u>

A. نوجه المحور $z \uparrow$ تسارع الجاذبية $g = const$ سواء ارتفعنا أم انخفضنا فإنه ثابت المقصود أن هذه الارتفاعات ضمن الغلاف الجوي ليست كبيرة جداً

B. قيم البارمترات التي تحدد حالة البدء لغاز معين و بالتالي $P_o$ , $T_o$ , $\rho_o$ نفترض أنها قيم معلومة عند مستوي قياس محدد

عند مستوي قياس محدد يمكن أن يعتبر سطح الأرض أو البحر $z_o = 0$

C. نعتبر أن الغاز المدروس يمثل غازاً باروتروبياً أي غازاً كاملاً يخضع لقوانين الغاز الكامل (قوانين تغير حالة الغاز الباروتروبي (ايزوترمي – اديباتي – بوليتروبي)

D. نفترض أن الحالة المدروسة لحالة باروتروبية عامة

**المطلوب** :

I. تحديد تغير القيم الأساسية للضغط و الكثافة و درجة الحرارة مع الارتفاع $\rho, T, P = f(z)$ عند شروط توضع مختلفة للكتل الغازية :

هنالك ثلاث معادلات أساسية :

1) م.أ.أ $dP = -\rho g dz$ $z \uparrow$

2) معادلة الحالة : كل غاز يحقق هذه المعادلة عند قيم $\rho, T, P$ يسمى غازاً كاملاً

$$\frac{P}{\rho} = RT \quad , \quad \frac{P_o}{\rho_o} = RT_o$$

حيث $P_o$ , $T_o$ , $\rho_o$ قيم معلومة عند مستوي القياس (شرط البدء)

3) أحد قوانين تغير الحالة للغازات الكاملة حسب شروط التوضع السائدة (إيزوتروبي – أديباتي – بوليتربي)

$$\frac{P}{\rho^n} = \frac{P_o}{{\rho_o}^n}$$

$$1 < n < k$$

- **تغير $P$ تبعاً ل $z$ .. $P = f(z)$**

$$dP = -\rho g dz$$
$$\frac{dP}{\rho} = -g dz$$

بالمكاملة :

$$\int_{P_o}^{P} \frac{dP}{\rho(P)} = -g \int_{z_o}^{z} dz$$

$\rho(P)$ لأن الغاز باروتروبي

من العلاقة :

$$\frac{P}{\rho^n} = \frac{P_o}{{\rho_o}^n}$$

ومنه قيمة الكثافة

$$\rho = (\frac{P}{P_o})^{1/n} \ \ \rho_o$$

نعوض في التكامل :

$$g(z_o - z) = \int_{P_o}^{P} \frac{dP}{P^{1/n} * \rho_o} {P_o}^{1/n}$$

$$= \frac{{P_o}^{1/n}}{\rho_o} \int_{P_o}^{P} \frac{dP}{P^{1/n}}$$

$$= \frac{{P_o}^{1/n}}{\rho_o} \int_{P_o}^{P} P^{-1/n} \ dP$$

$$= \frac{{P_o}^{\frac{1}{n}}}{\rho_o} \left( \frac{n}{n-1} P^{\frac{n-1}{n}} \right) \Bigg\{ \begin{matrix} P \\ P_o \end{matrix}$$

$$= \frac{{P_o}^{\frac{1}{n}}}{\rho_o} * \frac{n}{n-1} \left( P^{\frac{n-1}{n}} - {P_o}^{\frac{n-1}{n}} \right)$$

$$= \frac{{P_o}^{\frac{1}{n}} * {P_o}^{\frac{n-1}{n}}}{\rho_o} \frac{n}{n-1} \left( \left( \frac{P}{P_o} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)$$

$$g(z_o - z) = \frac{P_o}{\rho_o} * \frac{n}{n-1} \left( \left( \frac{P}{P_o} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)$$

$$(z_o - z) = \frac{P_o}{g\rho_o} * \frac{n}{n-1} \left( \left( \frac{P}{P_o} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)$$

$$z_o = 0$$

$$z = \frac{P_o}{g\rho_o} * \frac{n}{n-1}\left(1 - \left(\frac{P}{P_o}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right)$$

$$\frac{P}{P_o} = \left(1 - \left(\frac{n}{n-1} * \frac{P_o}{g\rho_o}\right) z \right)^{\frac{n}{n-1}}$$

$$P = P_o \left(1 - \left(\frac{n}{n-1} * \frac{P_o}{g\rho_o}\right) z \right)^{\frac{n}{n-1}}$$

**نتيجة :** الضغط ينقص مع الارتفاع للأعلى وفق علاقة أسية و يزداد نحو الأسفل

- **علاقة $T = f(z)$:**

نعلم من التيرموديناميك

$$\frac{T}{T_o} = \left(\frac{P}{P_o}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

بملاحظة أن $\frac{P_o}{\rho_o} = RT_o$ و بالتعويض في

$$\frac{P}{P_o} = \left(1 - \left(\frac{n}{n-1} * \frac{P_o}{g\rho_o}\right) z \right)^{\frac{n}{n-1}}$$

واجراء رياضي بسيط نجد أن:

$$T = T_o + \frac{g}{R} * \frac{n}{n-1}(z_o - z)$$

وبالتالي نحصل على :

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{R} * \frac{n}{n-1} \neq const$$

نتيجة : $T$ تنقص باتجاه الأعلى وفق علاقة خطية بمعدلات ثابتة

- **علاقة $\rho = f(z)$:**

من معادلة الحالة و للاجراء البوليتروبي

$$\frac{P}{\rho^n} = \frac{P_o}{{\rho_o}^n}$$

$$\frac{\rho}{\rho_o} = (\frac{P}{P_o})^{1/n}$$

من العلاقة و اجراء رياضي بسيط

$$P = P_o \left(1 - \left(\frac{n}{n-1} * \frac{P_o}{g\rho_o}\right) z \right)^{\frac{n}{n-1}}$$

$$\rho = \rho_o \left(1 - \left(\frac{n}{n-1} * \frac{P_o}{g\rho_o}\right) z \right)^{\frac{1}{n-1}}$$

**نتيجة :** الكثافة تتناقص مع الارتفاع وفق علاقة أسية قيمة $n$ تحدد حالة الاستقرار الستاتيكي لأن $R, g$ ثوابت

## II. شرط الاستقرار الستاتيكي :

الغازات عموماً سوائل غير متجانسة لذالك فالشرط اللازم للتوازن المستقر لسائل غير متجانس

- هو أن :

$$\frac{dP}{dz} < 0$$

أي تتوضع طبقات الغاز الأخف فوق طبقات الغاز الأثقل

- تبعاً لحالة تغير الغاز وانطلاقاً من العلاقة

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{R} * \frac{n}{n-1} \neq const$$

نبين أن :

i. في الحالة عندما التغير أديباتي $n = x$ :

$$\frac{dT}{dz} = \left(\frac{dT}{dz}\right)_{adia}$$

عندها تسود حالةتوازن مطلق (حالة نادرة)

ii. $n = 1$ يكون $\frac{dT}{dz} = 0$ أي $T = c$ و بالتالي يكون لدينا توضع ايزوترمي و تكون الحالة مستقرة جداً

iii. $n = k$ توضع بوليتروبي

$$\left|\frac{dT}{dz}\right| = \left|\frac{dT}{dz}\right|_{Poli}$$

هي حالة توازن مستقر

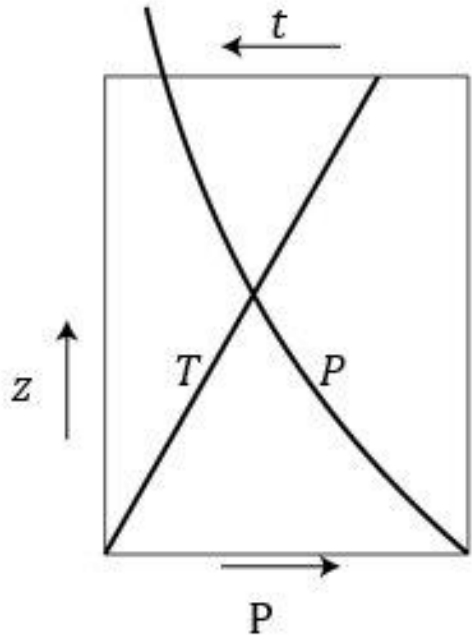
حالة توازن قلق عندما :

$$\left|\frac{dT}{dz}\right|_{Poli} > \left|\frac{dT}{dz}\right|_{adia}$$

الشرط الستاتيكي غير محقق وتبدأ الكتلة بالحركة و عندها لا يمكن تطبيق الايروستاتيك

نتيجة : قيمة $n$ تحكم فيما لو كانت حالة التوضع مستقرة أو مستقرة جداً أو غير مستقرة

- **توازن الهواء الجوي :**




$$0 < z < 11 \quad km$$

$$\frac{dT}{dz} = -6.5 \qquad \frac{c^o}{km}$$

$$T \quad (11km) = -56{,}6 \quad c^o$$

$$T_o = 15 \qquad c^o$$

$$z < 11 \quad km \quad \rightarrow \quad \frac{dT}{dz} = 0 \quad \rightarrow T = c$$

الحالة مستقرة جداً (ايزوترمي)

نتيجة : أي حتى ارتفاع $11 \quad km$ يكون توضع الهواء بوليتروبياً مستقراً و أعلى من ذلك ايزوترمياً مستقراً جداً

و يتم حساب $n$ كالتالي :

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{g}{R} * \frac{(n-1)}{n}$$

$$n = \frac{1}{1 + \frac{R}{g} * \frac{dT}{dz}}$$

$$\frac{dT}{dz} = -6.5 \qquad \frac{c^o}{km}$$

$$R = 29.3 \quad \frac{kP \ .m}{kP \ .grd}$$

$$g = 9.8 \quad \frac{m}{s^2}$$

$$\rightarrow n = 1{,}235$$

# الفهرس


مفاهيم أساسية ..... 2

الصّفات الفيزيائية الميكانيكية للسّوائل..... 9

الهيدروستاتيك..... 43

حساب قوى ضغط السّائل على السطوح (الجدران)..... 70

قوة الرفع الهيدروستاتيكية – قوة الطفو (دافعة أرخميدس )..... 87

توزع الضغط في سائل مهمل الوزن – قانون باسكال ..... 100

المعادلة الهيدروستاتيكية العامة توازن سائل في حقل قوى عام ..... 103

(الاعصار القسري ) التوازن النسبي لمائع يقع تحت تأثير الثقالة و القوة النابذة ..... 117

التوازن النسبي لمائع يقع تحت تأثير حقل القوة النابذة فقط..... 127

التوازن النسبي لمائع يقع تحت تأثير حقل الثقالة و حقل قوة العطالة الخطية ..... 131

الآيروستاتيك توازن السوائل متغيرة الحجم (الكثافة) غير المتجانسة..... 138